

## 5지선다형

1. 좌표공간에서 두 직선  $x=y=z$ ,  $\frac{x}{2}=\frac{-y}{2}=z$ 이 서로 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos^2\theta$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{27}$     ②  $\frac{25}{27}$     ③  $\frac{1}{9}$     ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{1}{6}$

2. 두 벡터  $\vec{a}=(1, 2\sqrt{3}, \sqrt{3})$ ,  $\vec{b}=(1, -\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 에 대하여  $\vec{a} \cdot (\vec{a}+2\vec{b})$ 의 값은? [2점]

- ① 0    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 6

3. 좌표공간에서 직선  $\frac{x}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{2}$ 이 평면  $2x+y-z=8$ 과 만나는 점의 좌표가  $(a, b, c)$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값은? [2점]

- ① 6    ② 8    ③ 9    ④ 10    ⑤ 11

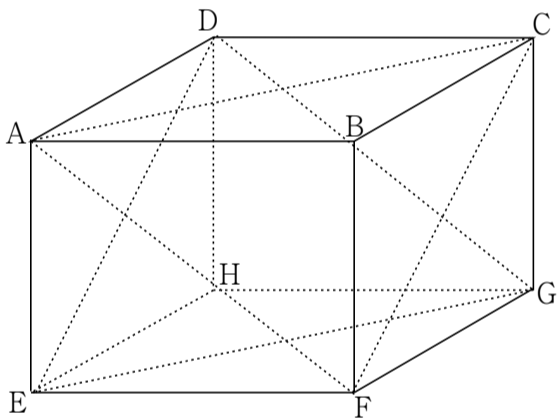
4. 좌표공간에서 점 A(3, -1, 1)와 평면  $2x-5y+4z=0$  사이의 거리는? [3점]

- ①  $\frac{7\sqrt{5}}{15}$     ②  $\sqrt{5}$     ③ 4    ④ 2    ⑤  $2\sqrt{2}$

5. 좌표공간의 한 점P의  $xy$ 평면 위로의 정사영을 Q라 하고, 점P의 평면 $xz$  위로의 정사영을 R이라 할 때, 삼각형PQR의 무게중심의 좌표가  $(3, 4, 2)$ 이다. 삼각형PQR의 넓이는? [3점]

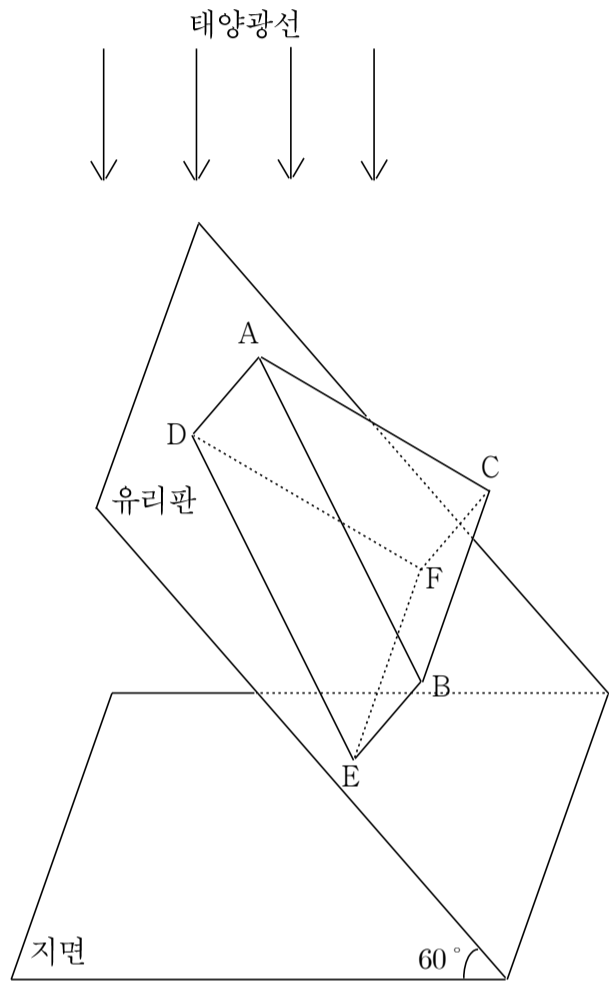
- ① 18      ② 16      ③  $6\sqrt{3}$       ④ 12      ⑤ 9

6. 한 모서리의 길이가  $4\sqrt{3}$ 인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 두 평면 $ACF, DGE$ 사이의 거리는? [3점]



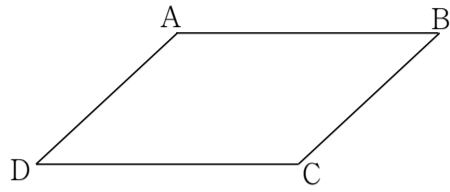
- ①  $2\sqrt{6}$       ② 3      ③  $12\sqrt{5}$       ④ 4      ⑤ 5

7. 그림과 같이 한 변의 길이가  $4\sqrt{3}$ 인 정삼각형을 밑면으로 하고, 높이가  $\sqrt{3}$ 인 삼각기둥 $ABC-DEF$ 가 지면과  $60^\circ$ 의 각을 이루는 투명한 유리판 위에 놓여있다. 지면과 유리판의 교선이 모서리 EF와 평행하고, 태양광선이 지면에 수직으로 비출 때, 삼각기둥에 의해 지면에 생기는 그림자의 넓이는? [3점]



- ①  $6\sqrt{3}$       ② 8      ③  $8\sqrt{3}$   
 ④ 12      ⑤  $12\sqrt{3}$

8.  $\overline{BC} = \overline{CA} = 3$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DB} = 24$ 를 만족하는 평행사변형ABCD의 넓이는? [3점]



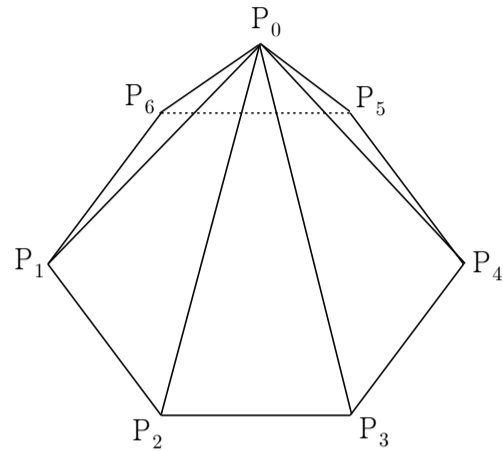
- ①  $4\sqrt{5}$
- ②  $4\sqrt{7}$
- ③ 6
- ④  $2\sqrt{5}$
- ⑤  $2\sqrt{7}$

9. 좌표공간에서  $\overline{AB} = \overline{BC} = 7$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ 인 삼각형ABC가 평면 $3x + 6y + 2z = 12$ 위에 있다. 변AB의  $xy$ 평면 위로의 정사영의 길이가 2일 때, 변CA의  $xy$ 평면 위로의 정사영의 길이는? [3점]

- ①  $2\sqrt{13}$
- ②  $3\sqrt{6}$
- ③  $\sqrt{53}$
- ④  $2\sqrt{5}$
- ⑤ 8

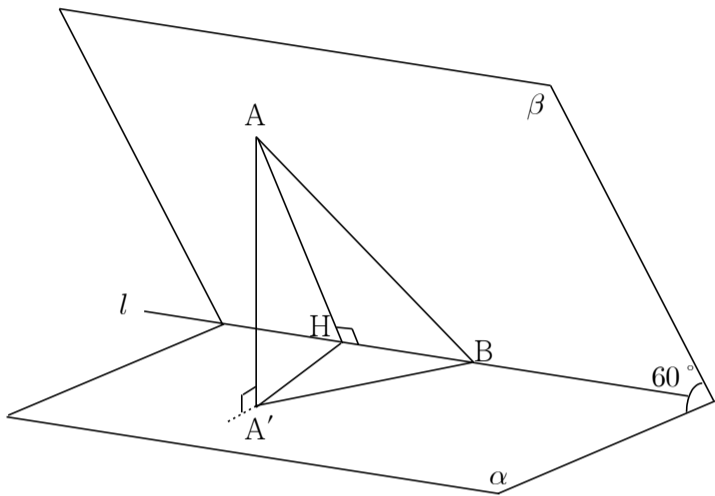
10. 그림과 같이 높이가  $2\sqrt{3}$ 인 정육각뿔 $P_0 - P_1P_2P_3P_4P_5P_6$ 에서 밑면이 한 변의 길이가 4인 정육각형이다.

$\sum_{k=1}^5 \overrightarrow{P_0P_k} \cdot \overrightarrow{P_{k+1}P_k}$ 의 값은? [3점]



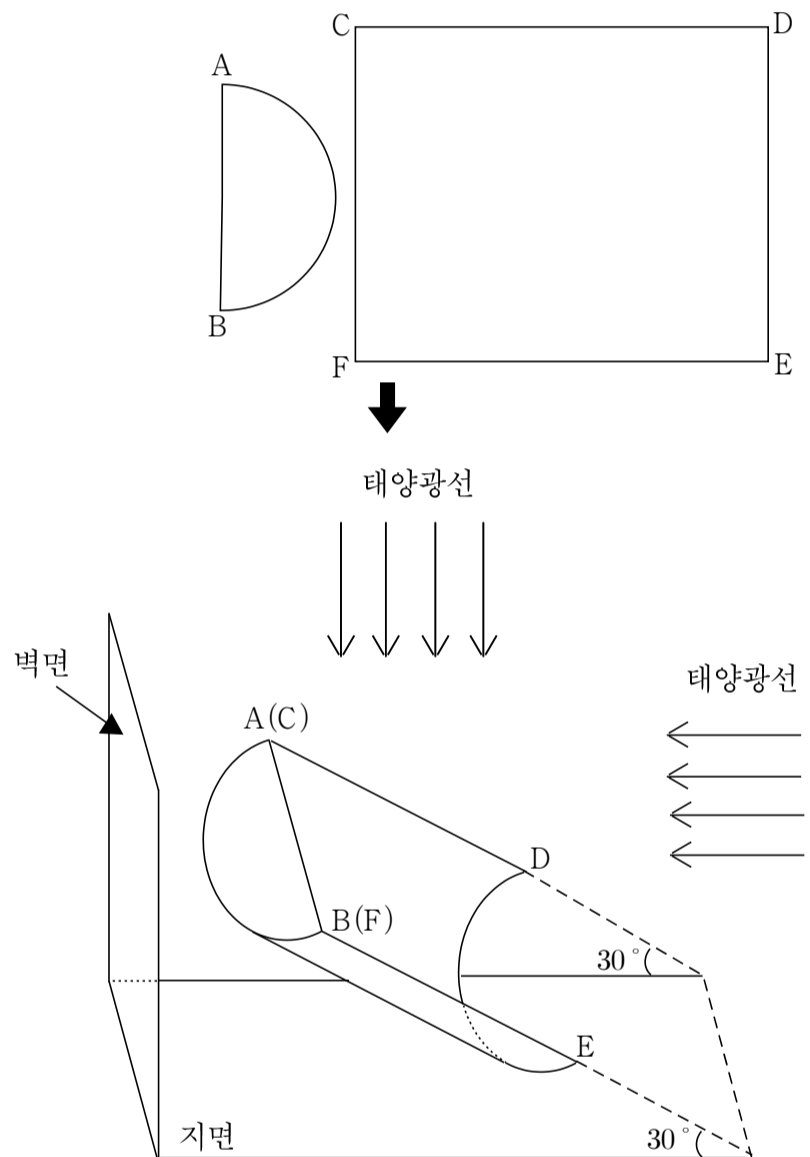
- ① 28
- ② 32
- ③ 36
- ④ 40
- ⑤ 60

11. 그림과 같이 서로  $60^\circ$ 의 각을 이루는 두 평면  $\alpha, \beta$ 가 있다. 두 평면  $\alpha, \beta$ 의 교선을  $l$ 이라 할 때, 평면  $\beta$  위의 한 점  $A$ 에서 평면  $\alpha$ 와 교선  $l$ 에 내린 수선의 발을 각각  $A', H$ 라 하자. 점  $H$ 와 직선  $l$  위의 한 점  $B$ 가  $\overline{AH} = 2\sqrt{3}, \overline{BH} = 2$ 를 만족시킨다. 삼각형  $AA'H$ 의 평면  $AA'B$  위로의 정사영의 넓이는? [3점]



- ①  $\frac{9\sqrt{7}}{14}$
- ②  $\frac{6\sqrt{7}}{5}$
- ③  $\frac{9\sqrt{7}}{7}$
- ④  $\frac{3\sqrt{21}}{7}$
- ⑤  $\frac{5\sqrt{14}}{3}$

12. 그림과 같이 길이가 2인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 반원모양의 종이가  $\overline{CD} = 5, \overline{CF} = \pi$ 인 직사각형  $CDEF$  모양의 종이가 있다. 선분  $CF$ 가 호  $AB$ 와 일치하도록 그림처럼 직사각형 모양의 종이를 휘어 붙여 놓았다. 그림과 같이 지면과 벽면의 교선이 선분  $DE$ 와 평행하고, 두 직선  $AD, BE$ 가 각각 벽면과 수직인 지면과  $30^\circ$ 의 각을 이루도록 종이를 고정시킨다. 태양광선이 지면에 수직으로 비출 때의 지면에 생기는 그림자의 넓이를  $S_1$ . 벽면에 수직으로 비출 때의 벽면에 생기는 그림자의 넓이를  $S_2$ 라 할 때,  $\sqrt{3}S_2 - S_1$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{\pi}{2}$
- ②  $\frac{3}{4}\pi$
- ③  $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$
- ④  $\frac{3\sqrt{3}}{4}\pi$
- ⑤  $5 + \frac{\pi}{2}$

13. 좌표공간에서 점A(2, 1, 2)와 점P(x, y, z)가

$$|\overrightarrow{OP}| = \frac{5}{3}, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = 4$$

를 만족시킬 때, 점P가 나타내는 도형의 길이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ①  $\pi$                       ②  $2\sqrt{3}\pi$                       ③  $\frac{2}{3}\pi$   
 ④  $\frac{8}{3}\pi$                       ⑤  $2\pi$

14. 좌표공간에서 정사면체 ABCD의 한 모서리BC는 평면

$$x+y+z = \sqrt{3}$$

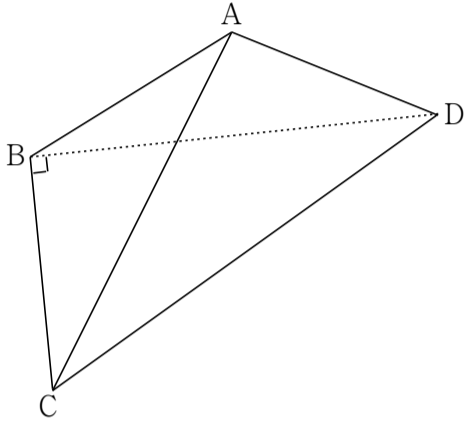
위에 있고, 꼭짓점D는 평면  $\alpha: x+y+z = 3\sqrt{3}$

위에 있다. 점A의 평면  $\alpha$  위로의 정사영이 점D와 일치한다.

삼각형ABC의 평면  $\alpha$  위로의 정사영의 넓이는? [4점]

- ①  $2\sqrt{6}$                       ②  $4\sqrt{2}$                       ③  $4\sqrt{3}$                       ④ 6                      ⑤  $6\sqrt{3}$

15. 그림과 같이  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 4$ ,  $\angle DBC = 90^\circ$  인 사면체 ABC D가 있다. 점 A의 평면 BCD 위로의 정사영이 모서리 CD 위에 있고, 선분 CD의 중점을 M이라 하자. 두 평면 ABC, BCD가 이루는 각의 크기가  $\theta (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$  일 때, 이 사면체의 부피를  $V(\theta)$ 라 하자. <보기> 에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보기>

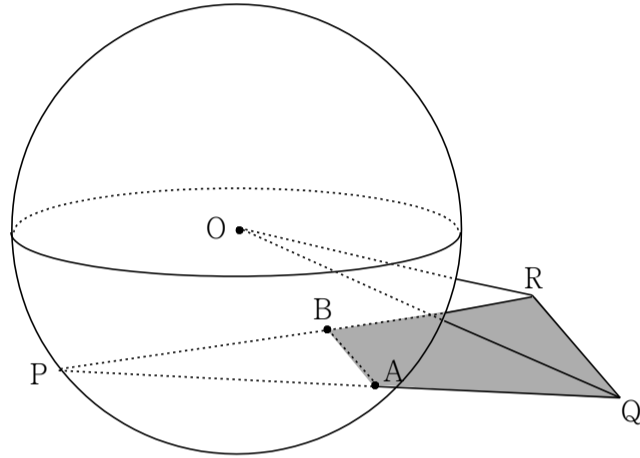
ㄱ.  $\overline{AM} \perp \overline{BD}$

ㄴ.  $2\overline{CD} = 3\overline{AD}$  이면,  $\overline{MB} + \overline{AD} = 7$  이다.

ㄷ.  $V(\theta) = 8$  일 때의  $\overline{AD}^2 - \overline{MB}^2$  의 값은 6이다.

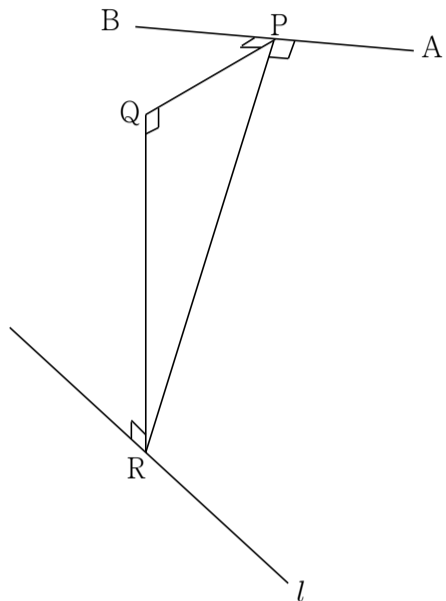
- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 4인 구 S와 한 변의 길이가  $4\sqrt{6}$  인 정삼각형 PQR이 서로 점 P를 공유하고 있다. 구 S가 두 변 PQ, PR과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, 두 점 A, B가  $\overline{AB} = 2\sqrt{6}$ ,  $\overline{AB} \parallel \overline{QR}$  을 만족시킨다. 사각형 ABRQ의 평면 OQR 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



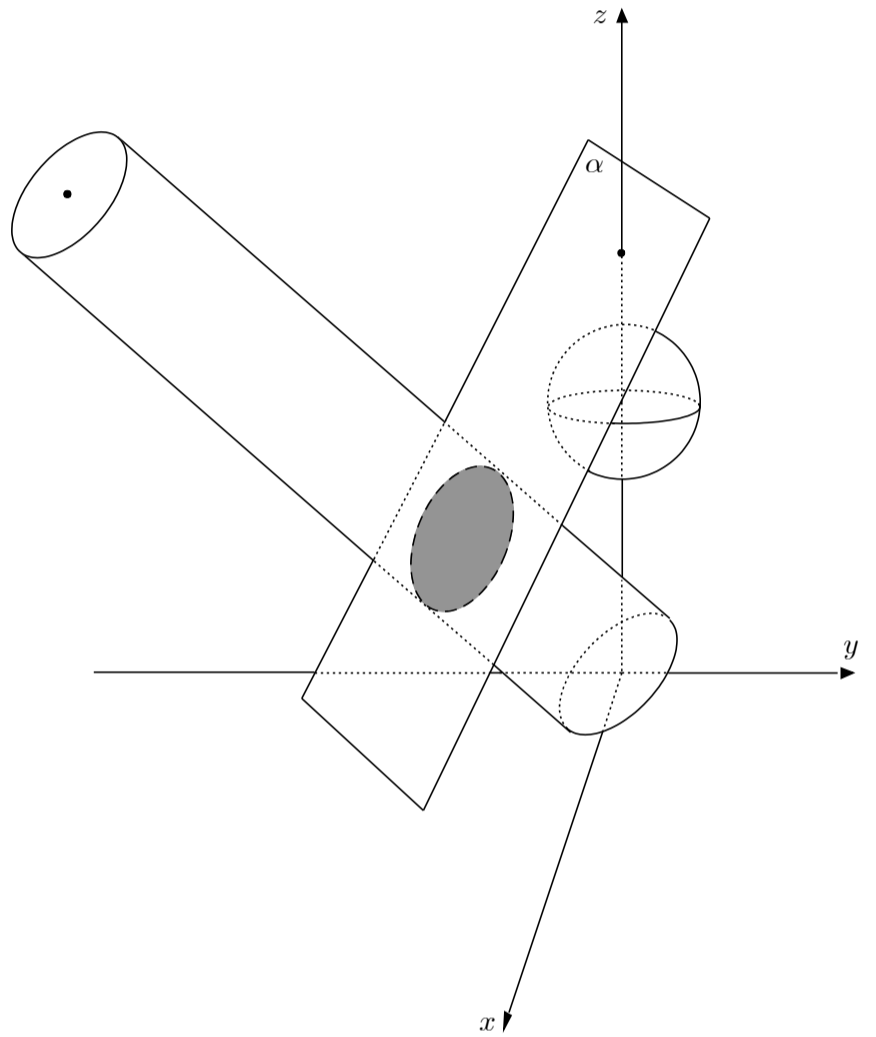
- ①  $\frac{18\sqrt{6}}{5}$                       ②  $\frac{24}{5}$                       ③  $\frac{36\sqrt{3}}{5}$   
 ④  $\frac{36\sqrt{15}}{5}$                       ⑤  $\frac{54\sqrt{10}}{5}$

17. 그림과 같이 길이가  $4\sqrt{2}$ 인 선분AB와  $\overline{PQ}=2\sqrt{2}$ ,  $\overline{QR}=6$   
 $\angle PQR = 90^\circ$ 인 삼각형PQR이  $\overline{PQ} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{RP} \perp \overline{AB}$ 를 만족시키  
 고, 선분AB의 중점이 P이다. 점R을 지나고 변QR과 수직인  
 직선l과 점A사이의 거리가 7일 때, 점B와 직선l을 포함하는 평  
 면과 평면ABQ가 서로 이루는 각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $78\cos^2\theta$ 의  
 값은? [4점]



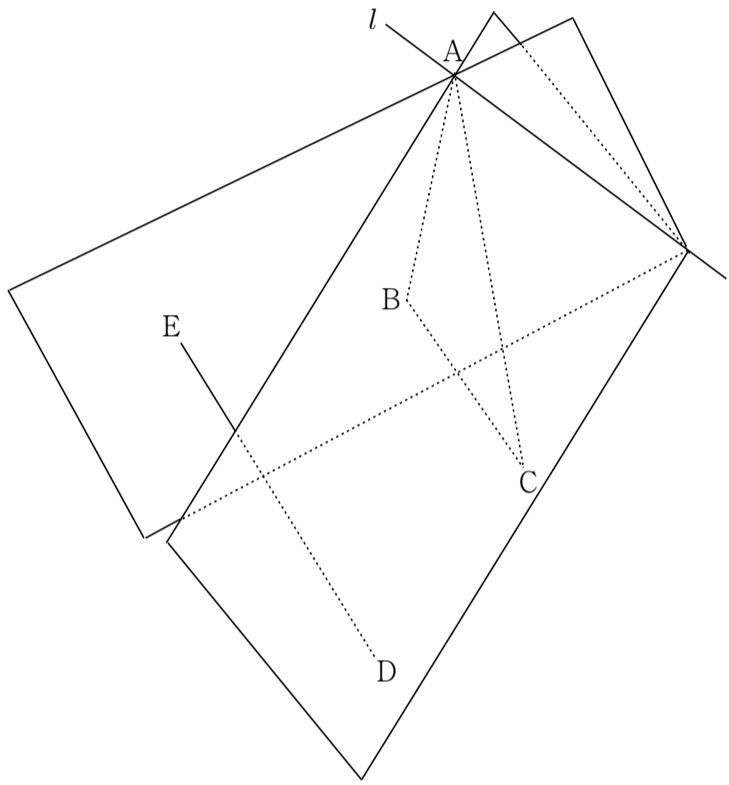
- ① 3      ② 4      ③ 6      ④ 12      ⑤ 13

18. 좌표공간에서 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가  $\sqrt{5}$ 이고,  
 원점과 점(12, -12, 12)를 각각 두 밑면의 중심으로 하는 직원기  
 동이 있다. 구  $x^2 + y^2 + (z-6)^2 = 4$ 와 접하고 점(0, 0, 10)를 지나  
 는 평면 $\alpha$ 로 원기둥을 자른 단면의 넓이의 최솟값은?  
 (단, 원기둥의 두 밑면은 평면 $\alpha$ 와 만나지 않는다.) [4점]



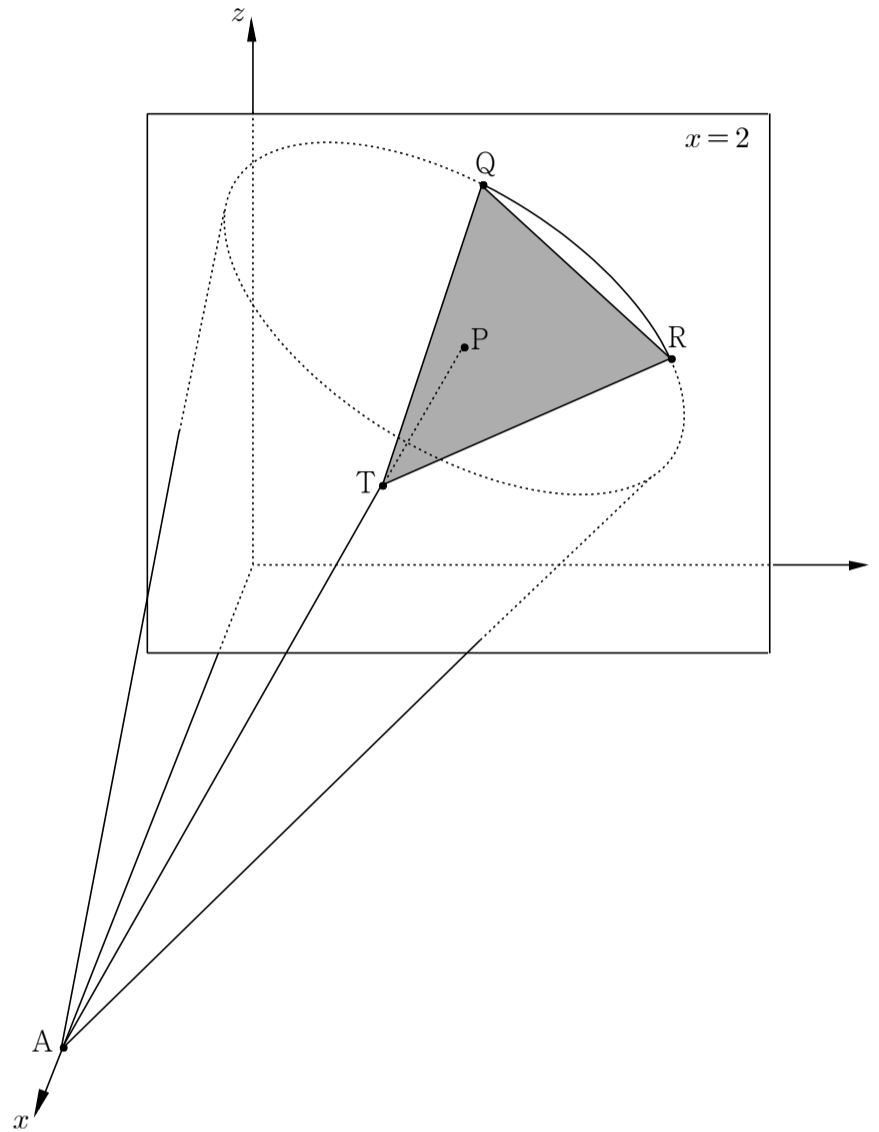
- ①  $(8 - \sqrt{6})\pi$       ②  $(4\sqrt{3} - \sqrt{6})\pi$       ③  $(6\sqrt{2} - 2\sqrt{3})\pi$   
 ④  $(9 - 2\sqrt{3})\pi$       ⑤  $(12 - 4\sqrt{3})\pi$

19. 그림과 같이 한 변의 길이가  $2\sqrt{6}$ 인 정삼각형ABC와 길이가  $4\sqrt{6}$ 인 선분DE가  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ ,  $\overline{BE} = \overline{CD} = 2\sqrt{6}$ 를 만족시키고, 두 평면ABC, BCDE가 서로 수직이다. 두 평면ABE, ACD가 서로 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하고, 두 평면ABE, ACD의 교선  $l$ 과 직선DE 사이의 거리는  $d$ 이다.  $\frac{d}{\cos\theta}$ 의 값은? [4점]



- ① 25
- ② 30
- ③ 35
- ④ 40
- ⑤ 45

20. 좌표공간에서 밑면의 반지름의 길이가  $3\sqrt{3}$ 인 직원뿔이 점  $A(10, 0, 0)$ 를 꼭짓점으로 하고, 점  $P(0, 5, 5)$ 를 밑면의 중심으로 한다. 이 원뿔의 밑면의 둘레가 평면  $x=2$ 와 만나는 두 점을 각각 Q, R이라 하고, 선분AP와 평면  $x=2$ 의 교점을 T라 할 때, 삼각형QRT의 넓이의 제곱의 값은? [4점]



- ① 160
- ② 180
- ③ 200
- ④ 240
- ⑤ 270



21. 좌표공간에서 두 점  $P(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ ,  $Q(-\frac{3}{2}, 4, \frac{3\sqrt{3}}{2})$ 와

중심이 C인 구  $S: x^2 + (y-8)^2 + (z-4\sqrt{3})^2 = 36$ 이 있다.

선분PQ 위를 움직이는 점X에 대하여 직선OX가 구S와 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 선분AB의 중점을 M이라 하자.

$|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CM}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $a, b$ 라 할 때,

$a^2 - b^2$ 의 값은? (단, 0는 원점이다.) [4점]

① 120

② 136

③ 162

④ 180

⑤ 188

단답형

22. 좌표공간에서  $A(3, 5, 3)$ ,  $B(-3, 2, 3)$ 이 각각 있다.

선분AB를 1:2로 내분하는 점의 좌표를  $(a, b, c)$ 라 할 때,

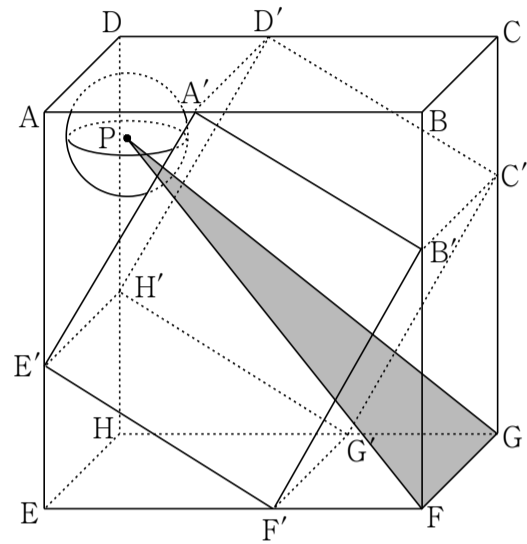
$2(a+b+c)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 평면  $\sqrt{2}x + 2y + 2z = 3$ ,  $-\sqrt{2}x + 3y + z = 2$ 가 서로 이루는 각의 크기가  $\theta$ 일 때,  $20\cos^2\theta$ 의 값은? [3점]

24. 좌표공간에 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 36$ 이 직선  $x = (y - 4\sqrt{2}), z = 2$ 와 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이가  $s$ 일 때,  $s^2$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

25. 좌표공간의 점  $A(1, 2, 2)$ 에 대하여 점 X가  $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OX}| = 4$ 를 만족시킬 때,  $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OX}|$ 의 최댓값을 구하시오.  
(단, O는 원점이다.) [3점]

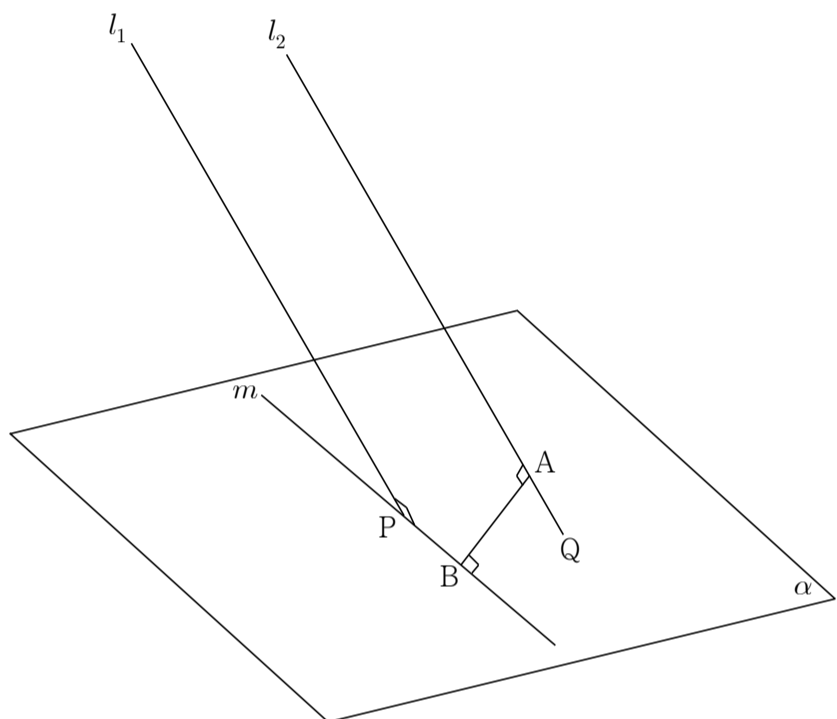
26. 그림과 같이  $\overline{AB} = 5$ 인 직육면체 ABCD-EFGH의 내부에 모서리 AB, DC, FE, GH를 각각 2:3으로 내분하는 네 점  $A', D', F', G'$ 와 모서리 AE, FB, GC, DH를 각각 2:1로 내분하는 네 점  $E', B', C', H'$ 를 모두 꼭짓점으로 하는 직육면체  $A'B'C'D' - E'F'G'H'$ 가 있고, 구 S가 면 ABCD,  $AA'E', DD'H', ADHE, A'D'H'E'$ 에 모두 접하고 있다.



구 S의 중심을 P라 할 때, 삼각형 PGF의 평면  $A'B'C'D'$  위로의 정사영의 넓이는  $a\sqrt{3} + b$ 이다.  $a + b$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $a, b$ 는 정수이다.) [4점]

27. 그림과 같이 점P를 지나고 직선  $l_1$ 과 수직인 직선  $m$ 이 평면  $\alpha$  위에 있다. 서로 평행한 두 직선  $l_1, l_2$ 가 평면  $\alpha$ 와 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하고, 직선  $l_2$  위의 한 점 A에서 직선  $m$ 에 내린 수선의 발을 B라 할 때, 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

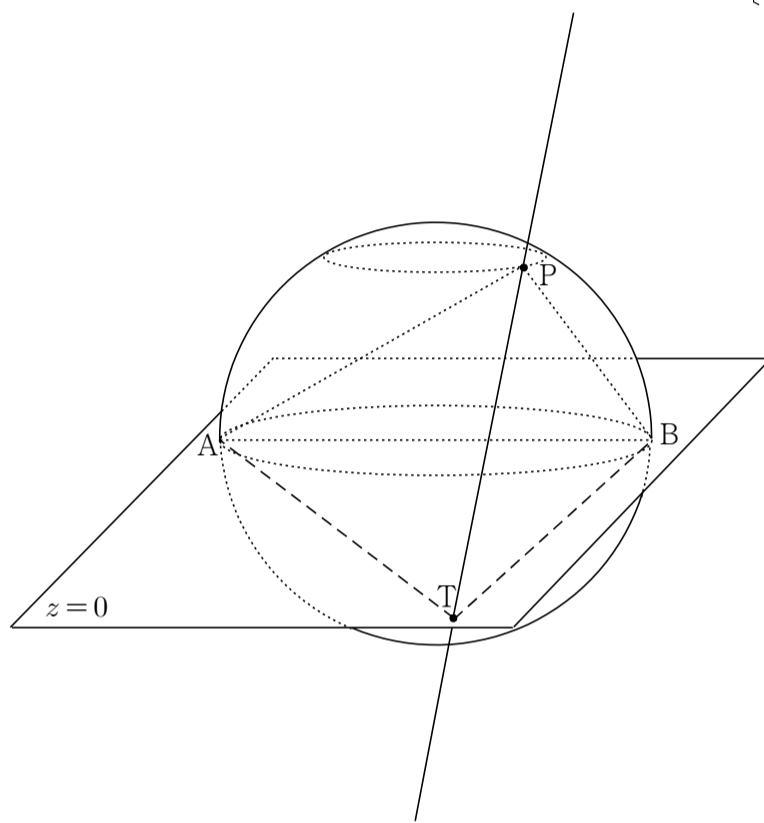
- (가)  $l_2 \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$   
 (나)  $\overline{QA} = 2$ ,  $\overline{PB} = 3$



두 직선  $l_1, l_2$  사이의 거리가  $d$ 이고, 두 직선  $l_1, l_2$ 를 포함하는 평면이 직선  $m$ 과 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\frac{d}{\cos\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점]

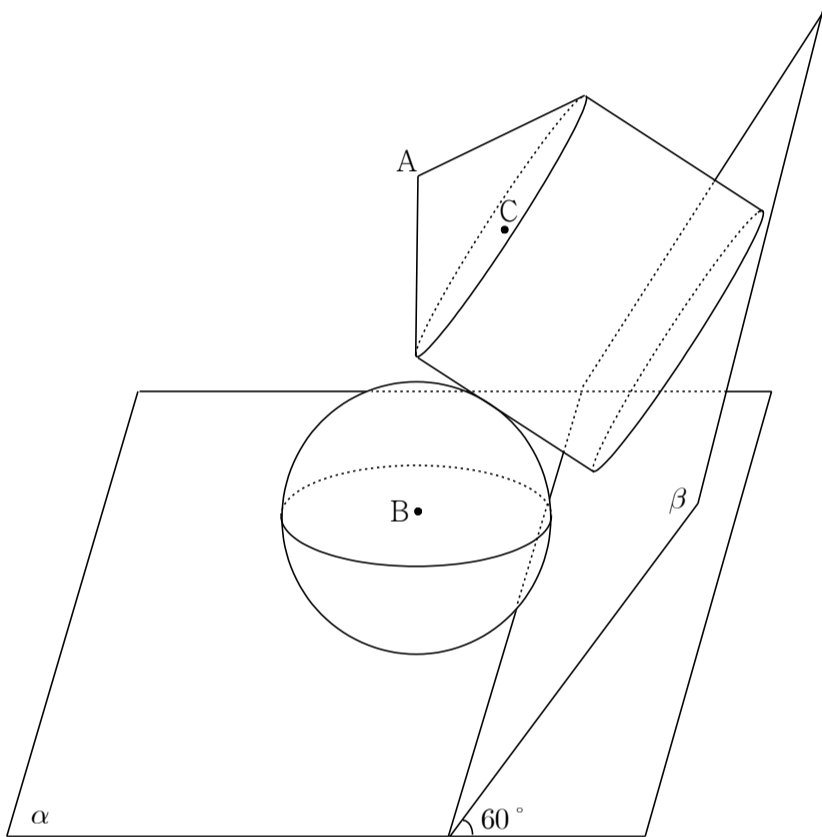
28. 좌표공간에서 구  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 이 두 평면  $z=0, z=2\sqrt{3}$ 과 만나서 생기는 원을 각각  $C_1, C_2$ 라 하자. 원  $C_1$ 의 지름의 양끝 점 A, B와 원  $C_2$  위의 한 점 P를  $\overline{PB} = 2\sqrt{6}$ 이 되도록 잡고, 점 P를 지나고 평면 PAB와 수직인 직선이 평면  $z=0$ 과 만나는 점을 T라 하자. 삼각형 ABT의 넓이를  $s$ 라 할 때,  $\frac{s^2}{5}$ 의 값을 구하시오.

[4점]



29. 그림과 같이 서로  $60^\circ$ 의 각을 이루는 두 평면  $\alpha, \beta$ 가 있고, 밑면의 반지름의 길이가  $2\sqrt{3}$ 인 직원기둥이 평면  $\beta$ 위에 놓여있다. 꼭짓점이 A이고, 높이가 2인 직원뿔이 원기둥과 밑면을 서로 공유하고, 중심이 B인 구가 평면  $\beta$ 와 원기둥의 옆면에 모두 접하도록 평면  $\alpha$ 위에 놓여있다. 원뿔의 밑면의 중심을 C라 할 때, 세 점 A, B, C가 다음조건을 만족시킨다.

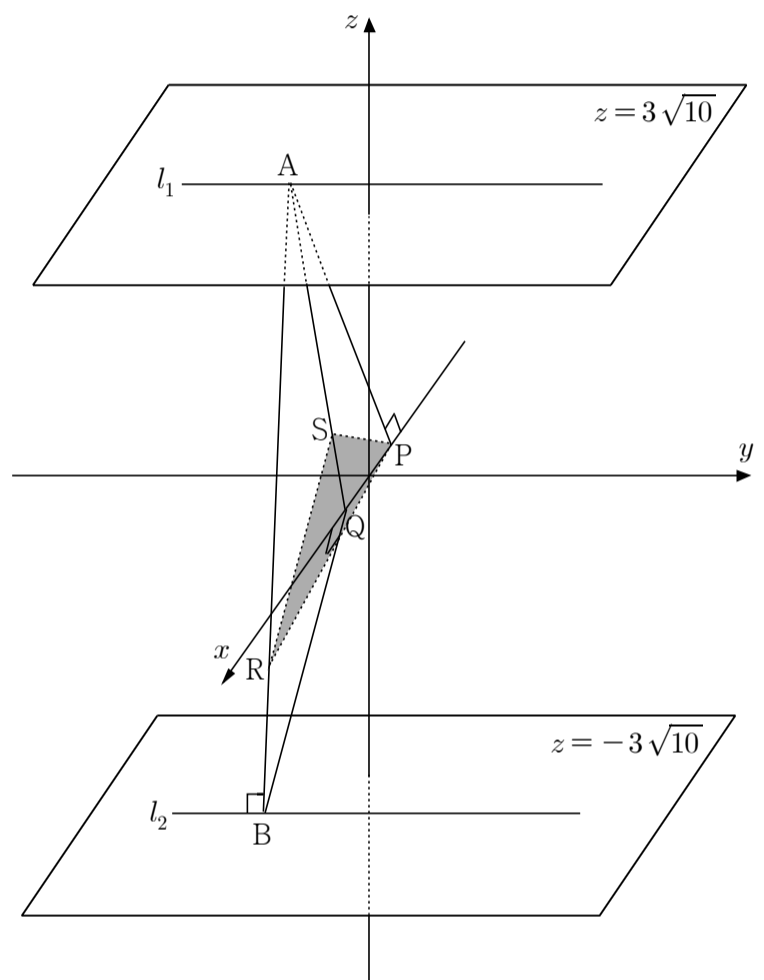
- (가) 점 C의 평면  $\alpha$  위로의 정사영이 C'일 때, 점 C'는 두 평면  $\alpha, \beta$ 의 교선 위에 있다.  
 (나) 두 점 A, B의 평면  $\alpha$  위로의 정사영이 서로 일치한다.



직선 BC와 평면  $\alpha$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하고, 원기둥의 높이와 구의 반지름의 길이를 서로 곱한 값이  $k$ 이다.  $\frac{k^2}{\tan\theta}$ 의 값을 구하시오. (단, 원기둥의 높이는 구의 반지름의 길이보다 크다.) [4점]

30. 좌표공간에서 그림과 같이  $y$ 축과 평행한 두 직선  $l_1, l_2$ 이 각각 평면  $z=3\sqrt{10}$ ,  $z=-3\sqrt{10}$  위에 있다.  $l_1$  위의 한 점 A에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 P,  $l_2$  위의 한 점 B에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, 두 점 A, B가 다음조건을 만족시킨다.

- (가)  $l_2 \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{AB} = 2\sqrt{93}$   
 (나)  $\overline{PA} = \overline{QB} = 10$



두 선분 AB, AQ를 3:1로 내분하는 점을 각각 R, S라 할 때, 삼각형 PRS의 넓이는  $\frac{p}{q}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]