물리학2, 벡터 풀이와 불편한 진실

본 글은 물2를 사랑하는 분들을 위하여 작성되는 <속도 벡터 풀이와 이에 대한 개인적인 견해>입니다. 속도 벡터 풀이에 대한 이런저런 생각이 담겨있을 예정입니다. 한 사람의 개인적인 의견이니 재미용으로, 참고용으로 봐주신다면 감사하겠습니다. -물범

1. 왜 하는가?

2. 벡터 풀이란 무엇인가?

3. 예제 및 풀이

4. 벡터 풀이에 대한 불편한 이야기

1. 왜 하는가?

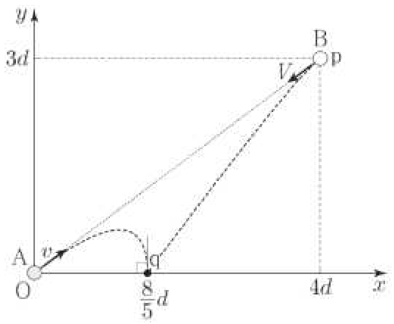
마리온 해석역학의 가장 첫 번째 문구를 인용하도록 하겠습니다.

**<벡터 방법을 쓰면 물리 현상을 상당히 간결하고
세련된 형태로 아름답게 논의할 수 있다.>**

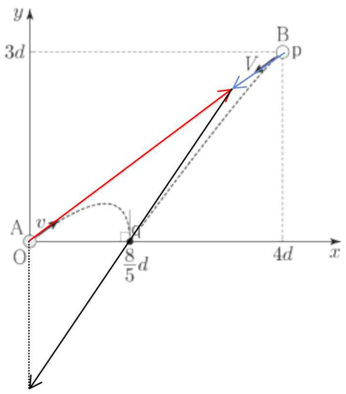
뭐 수능으로 말 바꾸면 문제풀이 스킬이 된다는 겁니다. 물리학2는 대부분의 학생이 거의 마지막 시간에 보는 과목입니다. 그런 상황에서 식을 열심히 쓰기에는 너무나 머리가 아프다는 거죠. 그러니 벡터를 그려서 필요한 정보를 최대한 간결하고 빠르게 얻어내는 것이 그 목적이라고 보면 될 것 같습니다.
~~뭣 보다도 간지 뒤@졌잖아.~~

2. 벡터 풀이란 무엇인가? 어떻게 활용하는가?

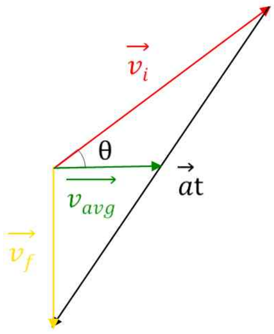
벡터란 무엇인지에 대해 이야기 하고 싶지만.. 그럼 아무도 이 글을 안읽을테니 바로 본론으로 들어가 보겠습니다. 왜 "벡터 풀이"라고 부르는걸까요? 속도나 변위는 이미 벡터인데 말이죠. 그 이유는 벡터를 간단히 도식화 하여 2차원 운동을 선형적으로 보겠다는 것에 의미가 있습니다.
이것이 무엇을 의미하느냐?



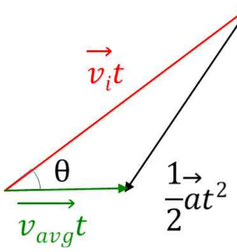
이런 형태의 운동을



이렇게 직선의 형태로(등가속도 운동이니까!) 표현하겠다는 겁니다.
등가속도 운동은 초기속도, 가속도, 시간에 의해 운동이 전개됩니다. 그렇기에 초기속도에 의한 벡터(빨간색, 파란색)과 가속도에 의한 벡터(검은색) 두 가지로 나뉘어 집니다. 또한 평균속도를 나타 낼 수 있습니다. $\overrightarrow{v_{avg}} = \dfrac{\overrightarrow{v_i} + \overrightarrow{v_f}}{2}$이므로 가속도 벡터의 중점과 초속도 벡터의 시작점 이은 부분이 평균속도 벡터가 됩니다.
A만을 그림으로 그려보면



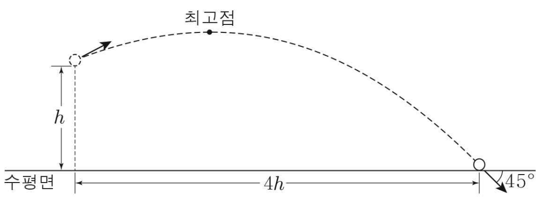
다음처럼 나타낼 수 있는 것이죠. 이를 속도벡터라고 부르겠습니다. 이를 통해 각종 기하학적인 특징을 찾아서(각, 길이 등) 문제를 해결하게 됩니다.
이제 변위를 벡터로 나타내 보겠습니다.



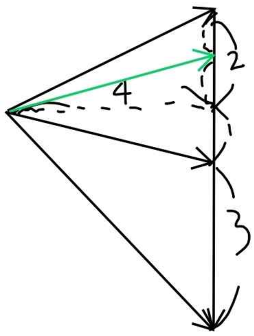
변위를 벡터로 도식한 것을 변위벡터라고 부르겠습니다.(사람들이 중력끄기라고 많이 부릅니다.) 그런데 잘 보시면 속도 벡터의 평균속도 부분까지만 잘라서 t배 한 것과 같은 형태를, 즉 닮음 관계에 있다는 것을 볼 수 있습니다. 그러니 변위 벡터를 쓴 것과 속도 벡터를 사용하여 문제를 푸는 과정은 큰 차이가 없습니다. 그러나 제가 초반에 했던 말을 기억하시는 분이 있을까요? 벡터풀이를 하는 것은 선형적으로 문제를 풀겠다는 것이었습니다. 그러나 $\frac{1}{2}\vec{a}t^2$은 선형적인 식이 아닙니다. 그렇기에 변위벡터로 문제를 풀 때는 시간의 차이가 생기는 문제에는 잘 사용하지 않는다는 특징이 생깁니다. $(T+t)^2 \neq T^2+t^2$이니까요. 떠오르는 문제가 있다면 당신은 물2고인물! 이후 한계에서 다시 서술해 보죠.

문제를 풀게 된다면 다음과 같이 활용합니다.
1) 문제에서 주어진 정보를 이용하여 벡터를 그린다.
2) 기하학적 특징을 이용하여 각종 정보들을 얻어낸다.
3) 계산을 단순하게 하기 위하여 변수를 간단한 수로 나타내어 정리한다.(변수로 둘 수도 있다.)
4) 원하는 결과를 얻어낸다.

다음과 같은 활용도 가능합니다.



이를 속도 벡터로 나타낼 때,



공 y축 평균속도 : -1

걸린시간 $\propto 6$

최고점 일 때의 y축 평균속도 : 1

걸린시간 $\propto 2$

$\therefore h \propto 1 \times 6$

처음위치에서 최고점까지의 높이 $\propto 1 \times 2 = \frac{h}{3}$

$\therefore$ 최고점 높이 $= h + \frac{h}{3} = \frac{4}{3}h$.

다음처럼 알고 있는 것과 모르는 것의 비를 이용하여 간단하게 나타낼 수 있습니다.

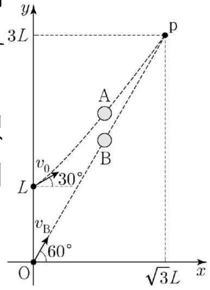
기존에 수식으로 진행하던 대부분의 과정은 해결 가능하니 다양한 시도를 해보시길 바랍니다.

예제를 남겨둘 테니 해설부분을 가리고 시도해 보시길 바랍니다.

3. 예제

23학년도 수능 12번

그림과 같이 y축상의 $y=L$인 점에서 물체 A를 x축과 30°의 각을 이루며 속력 v_0으로, 원점 O에서 물체 B를 x축과 60°의 각을 이루며 속력 v_B로 동시에 발사하였더니 A, B가 같은 가속도로 xy평면에서 각각 등가속도 운동을 하여 점 p에 동시에 도달한다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

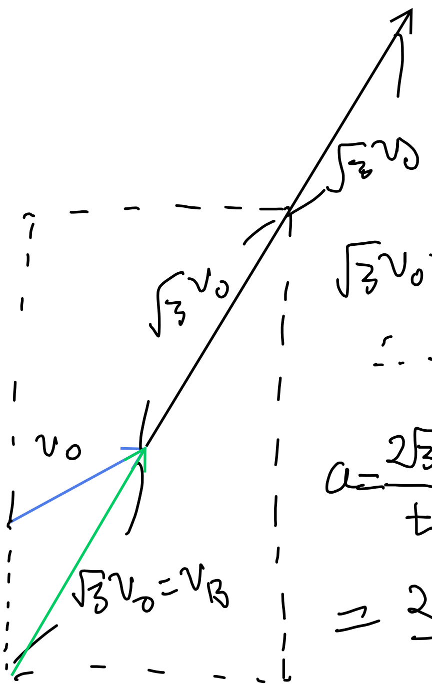
<보기>

ㄱ. $v_B = \dfrac{\sqrt{3}\,v_0}{2}$이다.

ㄴ. 발사 순간부터 p에 도달할 때까지 걸린 시간은 $\dfrac{L}{v_0}$이다.

ㄷ. 가속도의 크기는 $\dfrac{2\sqrt{3}\,v_0^2}{L}$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$\sqrt{3}v_0 t = \sqrt{3}L$

$\therefore t = \dfrac{L}{v_0}$

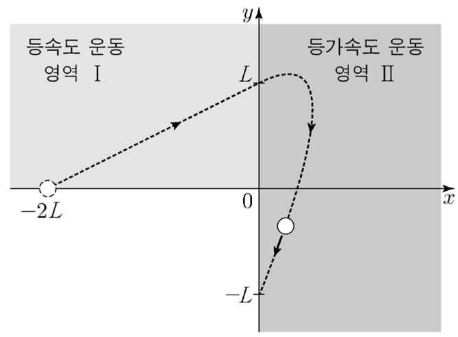
$a = \dfrac{2\sqrt{3}v_0}{t}$

$= \dfrac{2\sqrt{3}v_0^2}{L}$

ㄴ, ㄷ

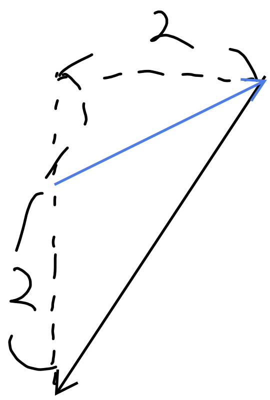
24학년도 6평 17번

그림과 같이 x축상의 $x=-2L$인 지점에서 발사된 물체가 y축상의 $y=L$인 지점을 지나 y축상의 $y=-L$인 지점에 도달한다. 물체는 xy평면상의 영역 Ⅰ, Ⅱ에서 각각 등속도 운동과 등가속도 운동을 한다. 물체가 Ⅰ, Ⅱ에서 운동하는 데 걸린 시간은 같고, Ⅱ에서 가속도의 x, y성분은 각각 a_x, a_y이다.



$\dfrac{a_y}{a_x}$는? (단, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

① $\dfrac{5}{4}$ ② $\dfrac{3}{2}$ ③ $\dfrac{7}{4}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{9}{4}$

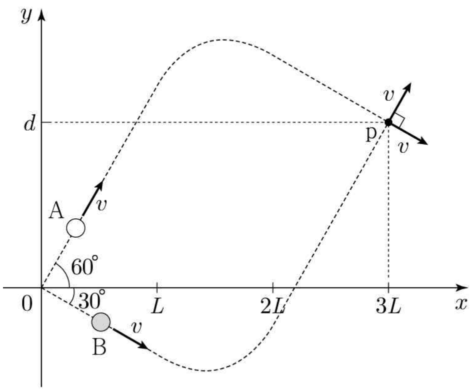


$\therefore \dfrac{3}{2}$

②

23학년도 9평 20번

그림과 같이 원점에서 물체 A, B를 x축과 각각 60°, 30°의 각을 이루며 속력 v로 동시에 발사하였다. xy 평면상에서 운동하는 A, B는 $0 \le x < L$에서 등속도 운동, $L \le x \le 2L$에서 등가속도 운동, $x > 2L$에서 등속도 운동을 하여 점 p에서 만난다. p에서 두 물체의 속력은 v로 같고 운동 방향은 서로 수직이다. A, B가 $L \le x \le 2L$을 지나는 데 걸린 시간은 서로 같다.



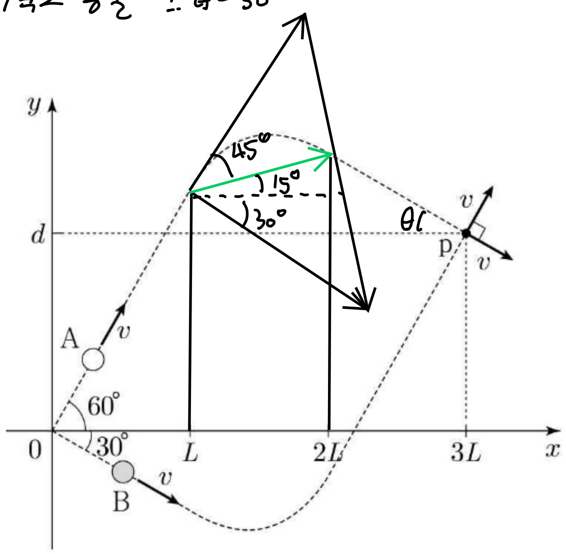
d는? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

① $(\frac{3\sqrt{3}}{2}-1)L$　② $(\frac{1+2\sqrt{3}}{3})L$

③ $(2\sqrt{3}-2)L$　④ $(1+\frac{\sqrt{3}}{4})L$

⑤ $(2-\frac{\sqrt{3}}{3})L$

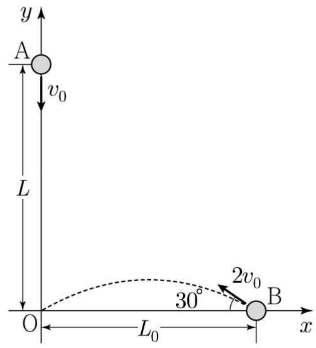
B의 $x=0\sim L$, A의 $x=2L\sim 3L$의 이동시간 동일
속력 동일하므로 이동거리 동일, x축 방향 변위 동일하므로
y축도 동일 ∴ $\theta=30°$



$x=L\sim 2L$ 의 y축변위 $= \tan 15° \times L = (2-\sqrt{3})L$
A의 $x=0\sim L$ y축변위: $\sqrt{3}L$, A의 $x=2L\sim 3L$ y축변위: $-\frac{1}{\sqrt{3}}L$
∴ $d = \sqrt{3}L + (2-\sqrt{3})L - \frac{L}{\sqrt{3}} = (2-\frac{1}{\sqrt{3}})L$　⑤

24학년도 6평 12번

그림과 같이 y축상의 $y=L$인 점에서 물체 A를 $-y$방향으로 속력 v_0으로, x축상의 $x=L_0$인 점에서 물체 B를 x축과 30°의 각을 이루며 속력 $2v_0$으로 동시에 발사시켰다. A, B는 xy평면에서 같은 가속도로 각각 등가속도 운동을 하여 원점 O에 동시에 도달한다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

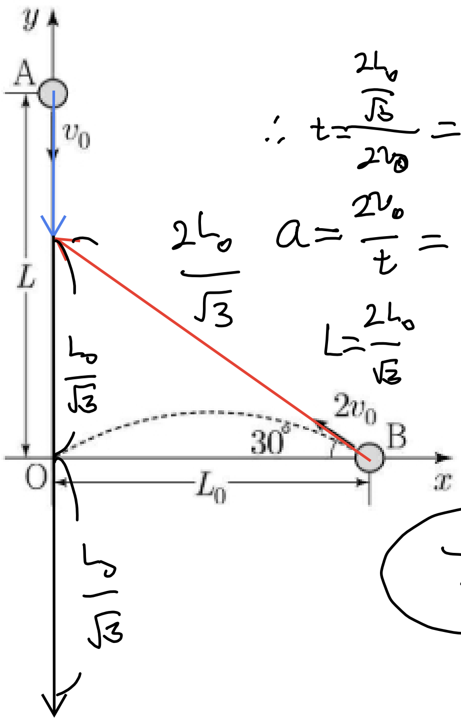
<보기>

ㄱ. 발사 순간부터 O에 도달할 때까지 걸린 시간은 $\frac{\sqrt{3}L_0}{3v_0}$이다.

ㄴ. 가속도의 크기는 $\frac{\sqrt{3}v_0^2}{L_0}$이다.

ㄷ. $L=\frac{2\sqrt{3}}{3}L_0$이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



∴ $t = \frac{\frac{2L_0}{\sqrt{3}}}{2v_0} = \frac{L_0}{\sqrt{3}v_0}$

$a = \frac{2v_0}{t} = \frac{2\sqrt{3}v_0^2}{L_0}$

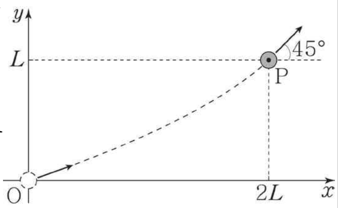
$L = \frac{2L_0}{\sqrt{3}}$

ㄱ, ㄷ

23년 10월 학평 10번	20년 4월 학평 19번

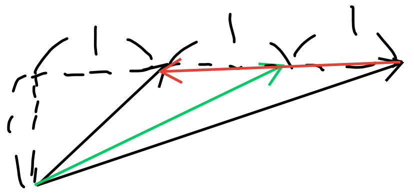
23년 10월 학평 10번

그림과 같이 시간 t=0일 때 원점 O에서 발사된 물체가 xy평면에서 x축 방향으로는 등가속도 운동, y축 방향으로는 등속도 운동을 하여 $t=T$일 때 점 P를 지난다. P에서 물체의 운동 방향이 x축과 이루는 각은 45°이다.



물체의 가속도의 크기는? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

① $\dfrac{L}{T^2}$ ② $\dfrac{2L}{T^2}$ ③ $\dfrac{3L}{T^2}$ ④ $\dfrac{4L}{T^2}$ ⑤ $\dfrac{5L}{T^2}$



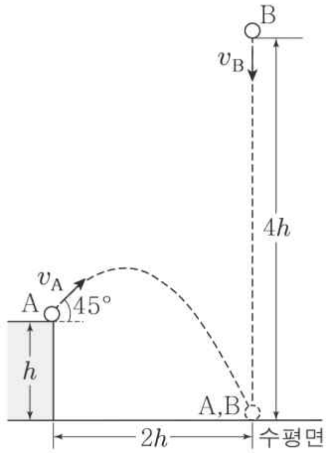
$a=2,\ T=1,\ L=1$

$\therefore a=\dfrac{2L}{T^2}$

2

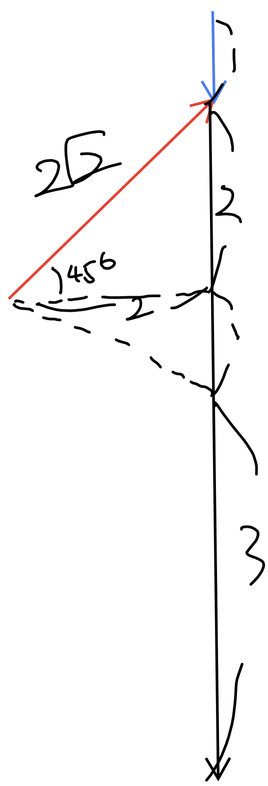
20년 4월 학평 19번

그림과 같이 높이 h인 지점에서 물체 A가 수평 방향과 45° 의 각을 이루며 v_A의 속력으로 던져진 순간, 높이 $4h$인 지점에서 물체 B가 연직 아래 방향으로 v_B의 속력으로 던져진다. A는 포물선 운동하고, B는 등가속도 직선 운동하여 수평면의 같은 지점에 동시에 도달한다. A의 수평 이동 거리는 $2h$이다.



$\dfrac{v_B}{v_A}$는? (단, A, B의 크기는 무시한다.)

① $\dfrac{1}{5\sqrt{2}}$ ② $\dfrac{1}{4\sqrt{2}}$ ③ $\dfrac{1}{3\sqrt{2}}$ ④ $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ ⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

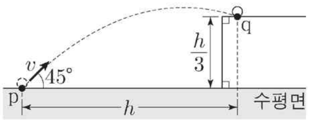


$\dfrac{v_B}{v_A}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

4

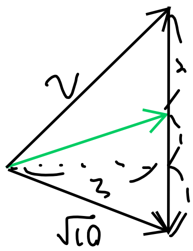
22학년도 9평 6번

그림과 같이 수평면상의 점 p에서 수평면과 45˚의 각을 이루며 속력 v로 던져진 물체가 포물선 운동을 하여 높이 $\frac{h}{3}$인 위쪽 수평면상의 점 q에 도달하였다. p에서 q까지 물체의 수평 이동 거리는 h이다.



v는? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기는 무시한다.)

① $\sqrt{2gh}$ ② $\sqrt{\frac{3gh}{2}}$ ③ $\sqrt{gh}$ ④ $\sqrt{\frac{2gh}{3}}$ ⑤ $\sqrt{\frac{gh}{2}}$



$v = 3\sqrt{2}$

$8 = \frac{2}{3}gh.$

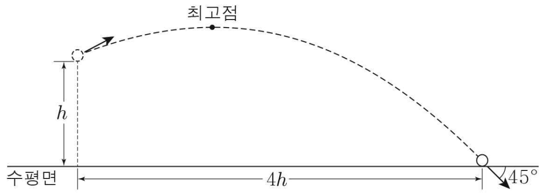
$\rightarrow gh = 12$

$\therefore v = 3\sqrt{2} = \sqrt{\frac{3}{2}gh}.$

②

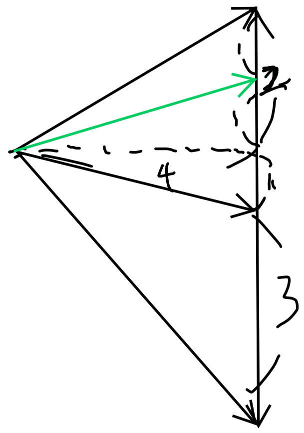
23년 4월 학평 14번

그림과 같이 높이가 h인 지점에서 던져진 물체가 포물선 운동하여 최고점을 지나 수평면에 도달한다. 물체가 수평면에 도달하는 순간 물체의 운동 방향은 수평면과 45˚의 각을 이루는 방향이고, 포물선 운동하는 동안 물체의 수평 이동 거리는 $4h$이다.



최고점의 높이는? (단, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

① $\frac{17}{15}h$ ② $\frac{6}{5}h$ ③ $\frac{19}{15}h$ ④ $\frac{4}{3}h$ ⑤ $\frac{7}{5}h$



$t = 6, g = 1$

$h = 6$

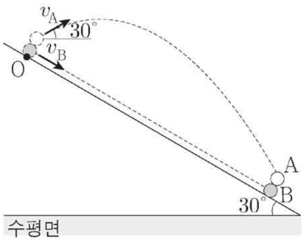
$2 = \frac{h}{3}.$

$\therefore h + \frac{h}{3} = \frac{4}{3}h.$

④

22학년도 6평 11번

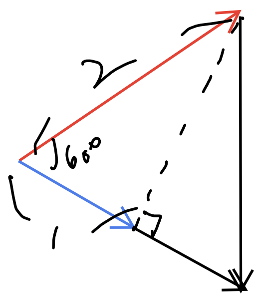
그림과 같이 경사각이 30°인 경사면의 점 O에서 물체 A, B를 동시에 발사하였더니 A는 B와 경사면의 한 점에서 만났다.



A는 수평면과 30°의 각을 이루며 속력 v_A로 발사되어 포물선 운동을 하고, B는 속력 v_B로 발사되어 경사면을 따라 등가속도 직선 운동을 한다.

$\frac{v_B}{v_A}$는? (단, 물체의 크기와 모든 마찰은 무시한다.)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

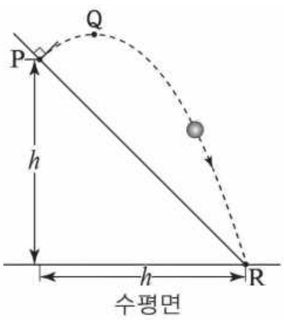


$\frac{v_B}{v_A} = \frac{1}{2}$

①

18년 7월 학평 18번

그림과 같이 수평면으로부터 높이 h인 점 P에서 빗면과 수직으로 던져진 물체가 포물선 운동을 하여 최고점 Q를 지나 빗면의 끝 점 R에 도달한다. 물체의 수평 도달 거리는 h이다.



물체가 Q에서 R까지 운동하는 데 걸린 시간은? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기, 공기 저항은 무시한다.) [3점]

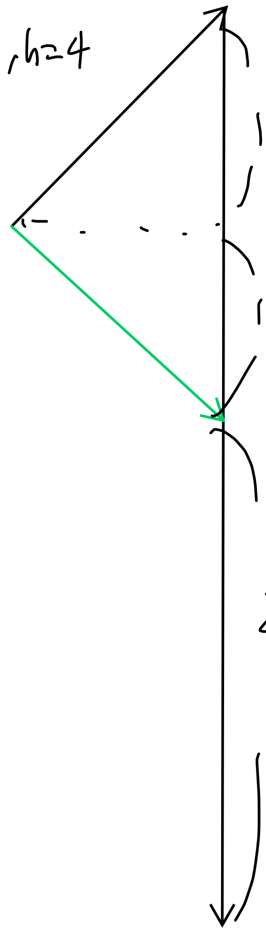
① $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{h}{g}}$ ② $\sqrt{\frac{h}{g}}$ ③ $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{h}{g}}$ ④ $2\sqrt{\frac{h}{g}}$ ⑤ $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{h}{g}}$

∴ 전체운동시간 $\frac{3}{4}$

$t=4,\ g=1,\ h=4$

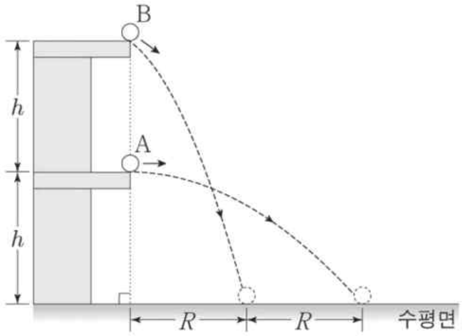
$3 = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{h}{g}}$

③



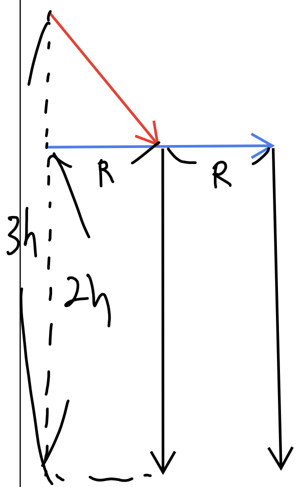
19학년도 9평 17번

그림과 같이 높이가 h인 지점에서 물체 A를 수평 방향으로, $2h$인 지점에서 물체 B를 비스듬한 방향으로 동시에 던졌다. A, B는 포물선 운동을 하여 수평면에 같은 속력으로 동시에 도달하였다. A, B의 수평 이동 거리는 각각 $2R$, R이다.



R는? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

① $\sqrt{\frac{1}{3}}h$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}}h$ ③ $\sqrt{\frac{4}{3}}h$ ④ $\sqrt{\frac{5}{3}}h$ ⑤ $\sqrt{\frac{8}{3}}h$

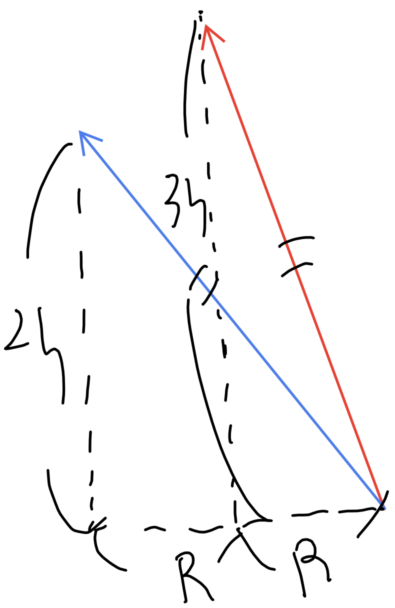


$\rightarrow R^2+9h^2 = 4h^2+4R^2$

$\rightarrow R=\sqrt{\frac{5}{3}}h$

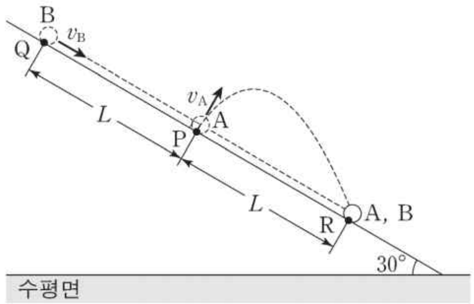
④

* 역발사



19학년도 6평 20번

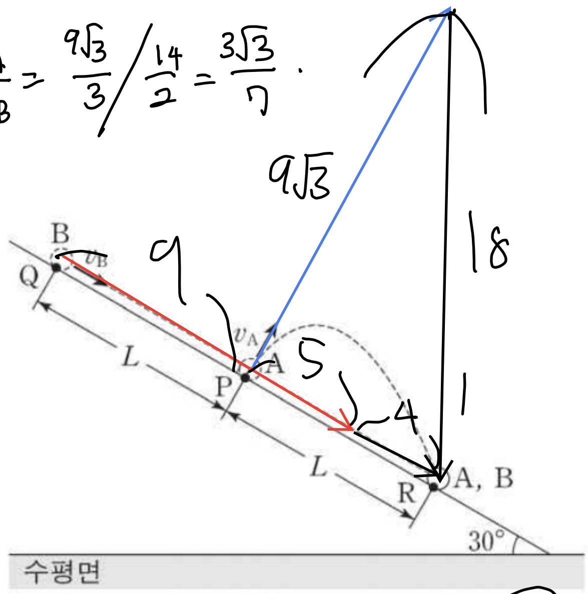
그림과 같이 경사각이 30°인 경사면 위의 점 P에서 시간 $t=0$일 때 물체 A가 속력 v_A로 경사면에 대해 수직 방향으로 발사되어 포물선 운동을 하고, 경사면을 따라 등가속도 운동을 하고 있는 물체 B가 $t=t_0$일 때, 속력 v_B로 경사면 위의 점 Q를 지났다. $t=3t_0$일 때 A, B는 경사면 위의 점 R에 동시에 도달한다. P에서 Q까지 거리와 P에서 R까지 거리는 L로 같다.



$\frac{v_A}{v_B}$는? (단, A, B는 동일 연직면에서 운동하고, 물체의 크기와 마찰은 무시한다.) [3점]

① $\frac{2\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{7}$

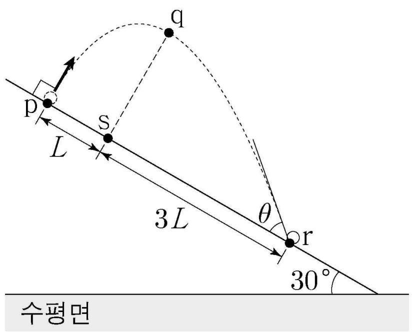
$\frac{v_A}{v_B} = \frac{9\sqrt{3}}{3} \Big/ \frac{14}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{7}$.



②

23학년도 6평 17번

그림과 같이 수평면과 이루는 각이 30°인 빗면 위의 점 p에서 빗면에 수직인 방향으로 던져진 물체가 포물선 운동을 하여 빗면으로부터 가장 멀리 떨어진 점 q를 지나 빗면 위의 점 r에 빗면과 θ의 각을 이루며 도달한다. p와 r를 잇는 직선 위의 점 s에서 p까지의 거리와 r까지의 거리는 각각 L, $3L$이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

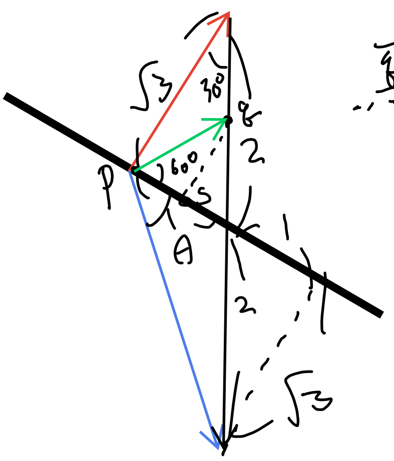
<보기>

ㄱ. 물체가 p에서 q까지 이동하는 데 걸린 시간과 q에서 r까지 이동하는 데 걸린 시간은 같다.

ㄴ. q에서 s까지의 거리는 $\sqrt{3}L$이다.

ㄷ. $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$\therefore \frac{\overline{qs}}{\overline{RS}} = \tan 60° = \sqrt{3}$

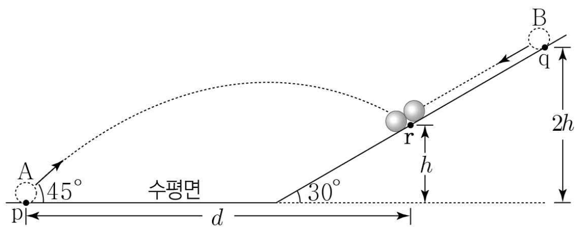
$\therefore \overline{qs} = \sqrt{3}L$

$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ㄱ,ㄴ,ㄷ

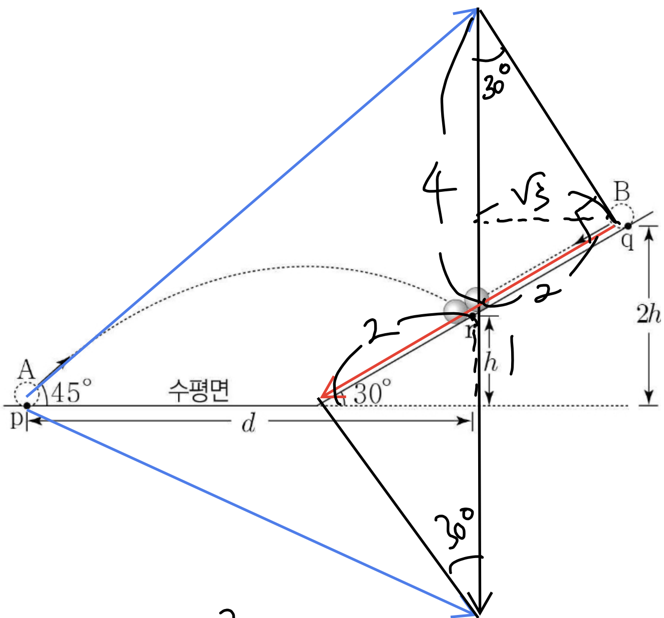
22년 7월 학평 20번

그림과 같이 수평면의 점 p에서 공 A를 수평면에 대해 45°의 각으로 던지는 순간, 경사각이 30°인 빗면에서 높이 $2h$인 점 q에 공 B를 가만히 놓았더니 A와 B는 높이가 h인 빗면 위의 점 r에 동시에 도달하였다. p에서 A의 운동 에너지는 E이고, r에 도달하는 순간 B의 운동 에너지는 E_B이다. 질량은 B가 A의 5배이고, p와 r 사이의 수평 거리는 d이다.



d와 E_B로 옳은 것은? (단, 공의 크기, 모든 마찰 및 공기 저항은 무시한다.) [3점]

	d	E_B		d	E_B
①	$4h$	E	②	$4h$	$\frac{8}{5}E$
③	$5h$	$\frac{8}{5}E$	④	$5h$	$\frac{16}{5}E$
⑤	$6h$	$\frac{16}{5}E$			



$E = (5\sqrt{2})^2 = 50$

$d=5, h=1 \therefore d=5h$

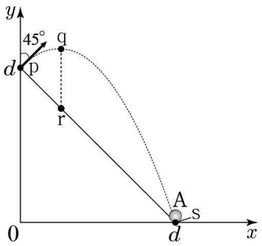
$E_B = 5\times 4^2 = 80$

$\therefore E_B = \frac{8}{5}E$

③

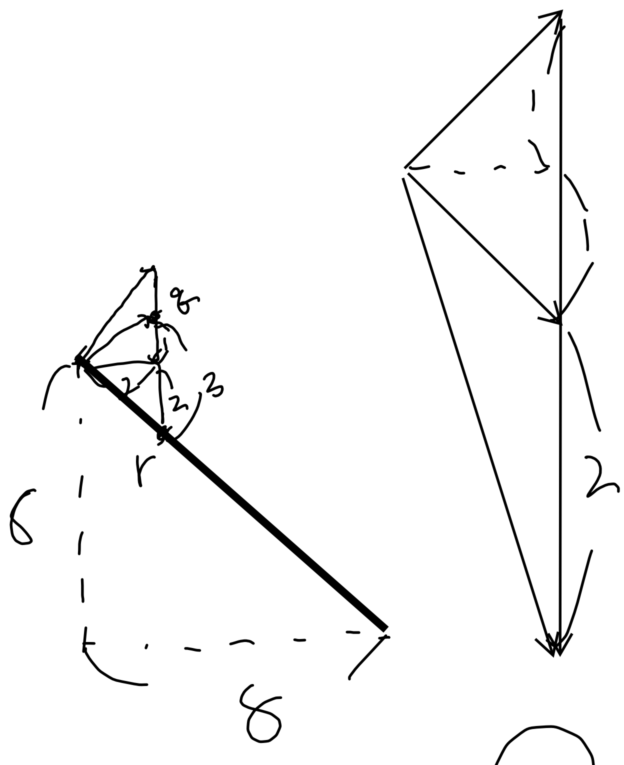
23년 7월 학평 20번

그림과 같이 xy 평면의 점 p에서 물체 A를 y축과 45°의 각으로 발사하였더니, A가 점 q, s를 지나는 곡선 경로를 따라 운동하였다. A가 운동하는 동안 A에는 일정한 크기의 힘이 $-y$방향으로 작용한다. p, s의 위치는 각각 y축상의 $y=d$, x축상의 $x=d$이고, q는 A가 x축으로부터 가장 멀리 떨어진 점이다. 점 r는 p와 s를 잇는 직선상에 있고, q와 r를 잇는 직선은 y축과 나란하다.



q와 r 사이의 거리는? (단, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

① $\frac{1}{4}d$ ② $\frac{3}{8}d$ ③ $\frac{1}{2}d$ ④ $\frac{5}{8}d$ ⑤ $\frac{3}{4}d$

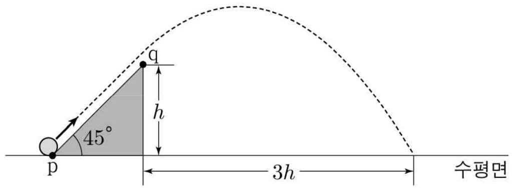


$d=8$, $\therefore \frac{3}{8}d$.

②

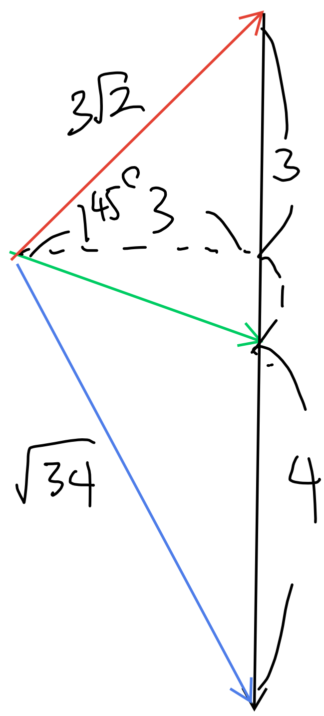
24학년도 6평 20번

그림과 같이 수평면과 경사각이 45°인 경사면이 만나는 점 p에서 발사된 물체는 등가속도 직선 운동을 한 후, 수평면에서 높이가 h인 점 q에서부터 포물선 운동을 하여 수평면에 도달한다. p, q에서 물체의 운동 에너지는 각각 E_0, E이고, 물체가 포물선 운동을 하는 동안 수평 이동 거리는 $3h$이다.



E는? (단, 물체의 크기와 모든 마찰은 무시한다.) [3점]

① $\frac{8}{17}E_0$ ② $\frac{9}{17}E_0$ ③ $\frac{10}{17}E_0$ ④ $\frac{11}{17}E_0$ ⑤ $\frac{12}{17}E_0$

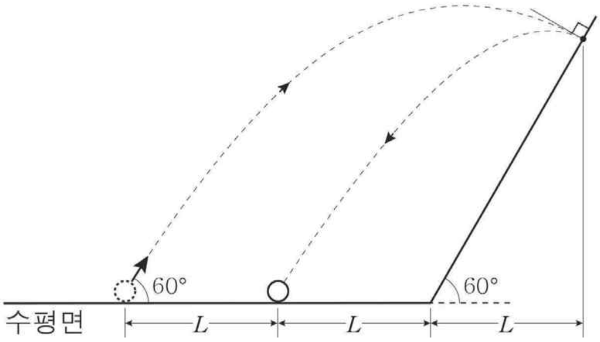


$\frac{E}{E_0} = \frac{18}{34}$ $\therefore E = \frac{9}{17}E_0$.

②

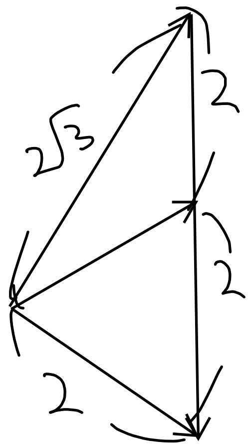
21년 10월 학평 20번

그림과 같이 수평면에 대해 60°의 방향으로 던져진 물체가 시간 t_1동안 수평 이동 거리가 $3L$인 포물선 운동을 하다가 빗면에 수직으로 충돌하였다. 충돌 후 빗면에서 수직으로 튕겨 나온 물체는 시간 t_2동안 수평 이동 거리가 $2L$인 포물선 운동을 하며 수평면에 다시 도달하였다. 빗면의 경사각은 60°이다.

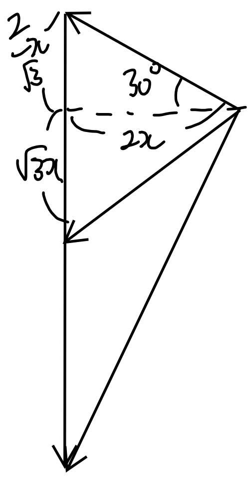


$\frac{t_2}{t_1}$는? (단, 물체의 크기는 무시하며, 물체는 동일 연직면에서 운동한다.) [3점]

① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{\sqrt{30}}{6}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$



$3L = 4\sqrt{3}$



$\sqrt{3}x \times \frac{10}{\sqrt{3}} x^2 = \sqrt{3}L = 4$

$\therefore x = \sqrt{\frac{2}{5}}$

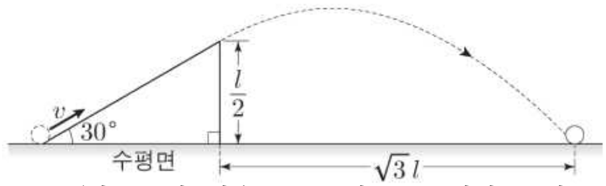
$t_1 : t_2 = 4 : \frac{10}{\sqrt{3}}x = 4 : \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$

$\therefore \frac{t_2}{t_1} = \frac{\sqrt{30}}{6}$

④

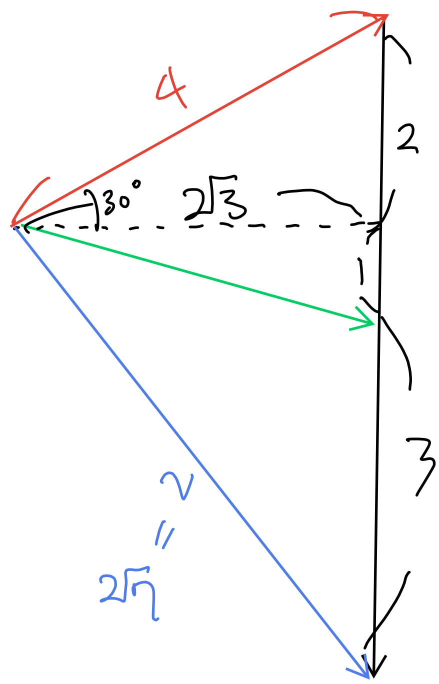
21학년도 6평 19번

그림과 같이 수평면과 30°의 각을 이루는 빗면과 수평면이 만나는 점에서 속력 v로 물체를 발사하였더니, 물체가 마찰이 없는 빗면을 따라 직선 운동을 한 후 포물선 운동을 하여 수평면에 도달하였다. 수평면으로부터 빗면 꼭대기의 높이는 $\frac{l}{2}$이고, 물체가 포물선 운동을 하는 동안 수평 이동 거리는 $\sqrt{3}l$이다.



v는? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

① $\sqrt{\frac{4gl}{3}}$ ② $\sqrt{\frac{5gl}{3}}$ ③ $\sqrt{2gl}$ ④ $\sqrt{\frac{7gl}{3}}$ ⑤ $\sqrt{\frac{8gl}{3}}$



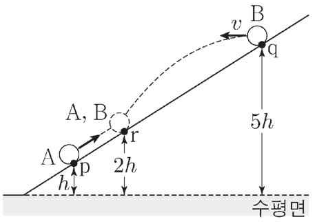
$28 - 16 = gl = 12$

$\therefore v = 2\sqrt{7} = \sqrt{\frac{7gl}{3}}$

④

22학년도 수능 15번

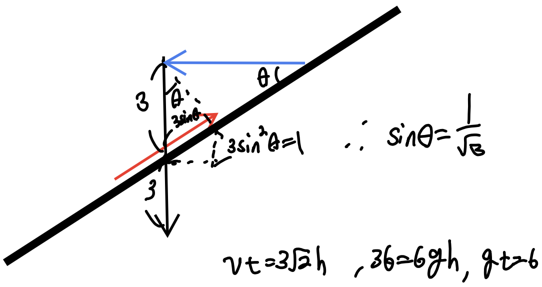
그림과 같이 경사면 위에서 등가속도 직선 운동을 하던 물체 A가 점 p를 지나는 순간, 경사면 위의 점 q에서 물체 B를 수평 방향으로 속력 v로 던졌다. 경사면 위의 점 r에서 A의 속력이 0이 될 때 A가 B와 만났다. p, q, r의 높이는 각각 h, $5h$, $2h$이다.



v는? (단, 중력 가속도는 g이고, 물체는 동일 연직면에서 운동하며, 물체의 크기, 마찰, 공기 저항은 무시한다.)

① $\dfrac{\sqrt{11gh}}{2}$ ② $\sqrt{3gh}$ ③ $\dfrac{\sqrt{13gh}}{2}$

④ $\dfrac{\sqrt{14gh}}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{15gh}}{2}$



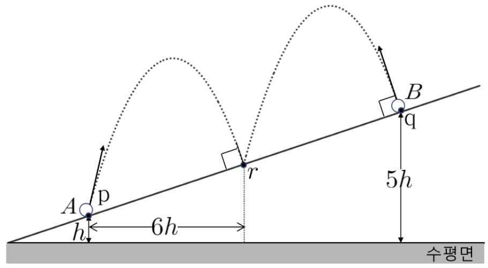
$vt=3\sqrt{2}h$, $36=6gh$, $gt=6$

$\rightarrow v=\dfrac{gh}{\sqrt{2}}=\sqrt{3gh}$

2

22학년도 수능 15번 변형

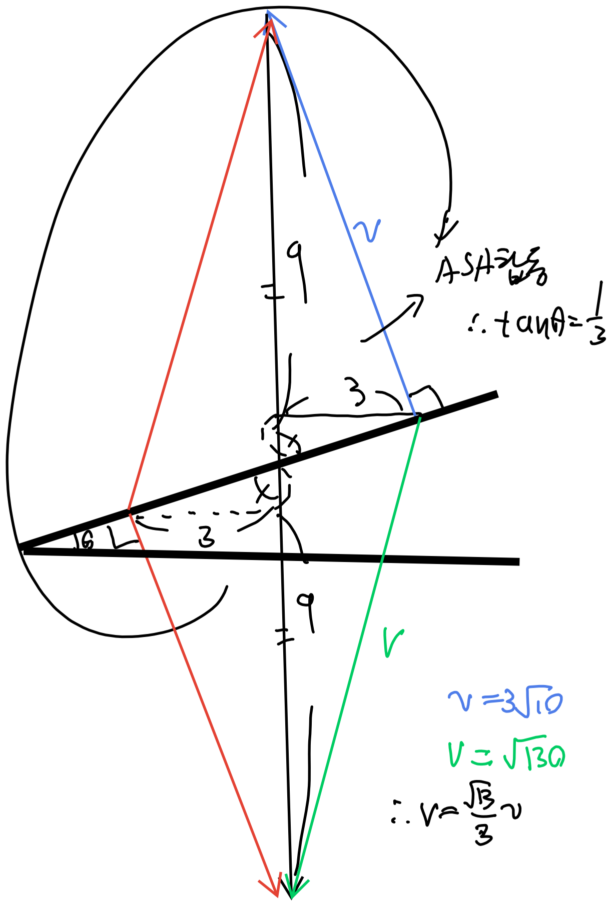
그림과 같이 경사면 위에서 물체 A를 점 p에서 던질 때, 물체 B를 점 q에서 경사면과 수직하게 속력v로 던졌다. 경사면 위의 점 r에서 A와 B가 만났고 r에서 A의 운동 방향은 경사면과 수직하다. p, q의 높이는 각각 h, $5h$이며 p와 r사이의 수평방향 거리는 $6h$이다.



v는? (단, 중력가속도는 g이고, 물체는 동일 연직면에서 운동하며, 물체의 크기, 마찰, 공기 저항은 무시한다.)

① $2\sqrt{2gh}$ ② $3\sqrt{gh}$ ③ $\sqrt{10gh}$

④ $\sqrt{11gh}$ ⑤ $2\sqrt{3gh}$



$V^2-v^2=4gh$

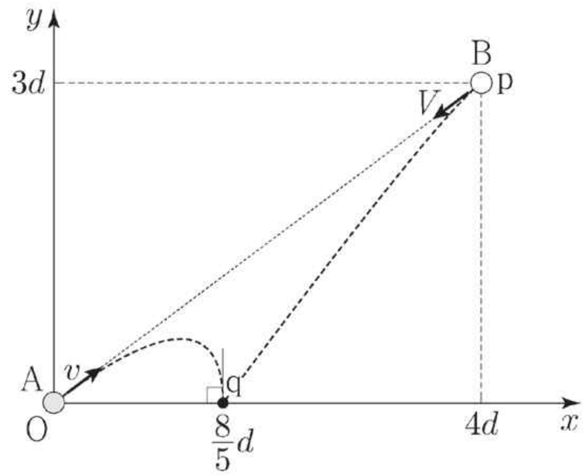
$\therefore v=3\sqrt{gh}$

2

22학년도 6평 19번

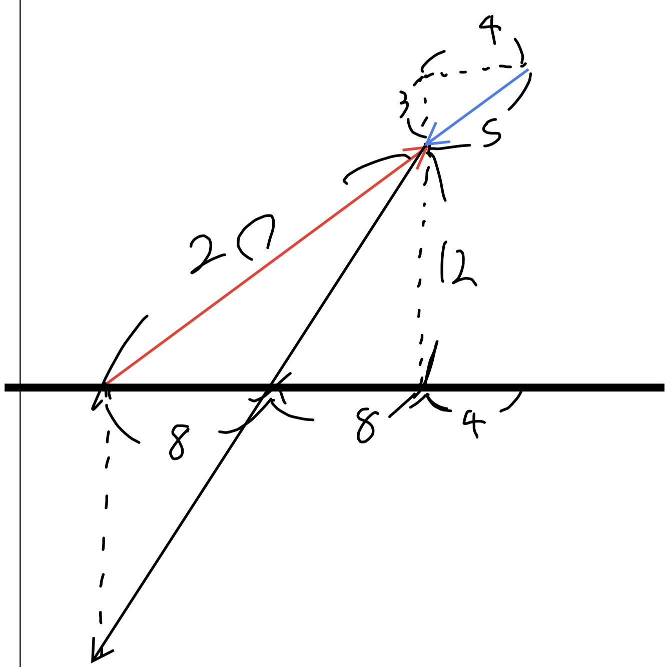
그림과 같이 물체 A와 B를 동시에 발사하였더니 A, B가 xy평면상에서 같은 가속도로 각각 등가속도 운동을 하여 점 q에 동시에 도달한다. A는 원점 O에서 속력 v로 점 p를 향해, B는 p에서 속력 V로 O를 향해 발사되었다. A는 x축에 수직인 방향으로 q에 도달한다.

p의 x, y좌표는 각각 $4d$, $3d$이고 q는 x축상의 $x=\frac{8}{5}d$ 인 점이다.



V는? (단, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

① $\frac{v}{4}$ ② $\frac{v}{5}$ ③ $\frac{v}{6}$ ④ $\frac{v}{7}$ ⑤ $\frac{v}{8}$

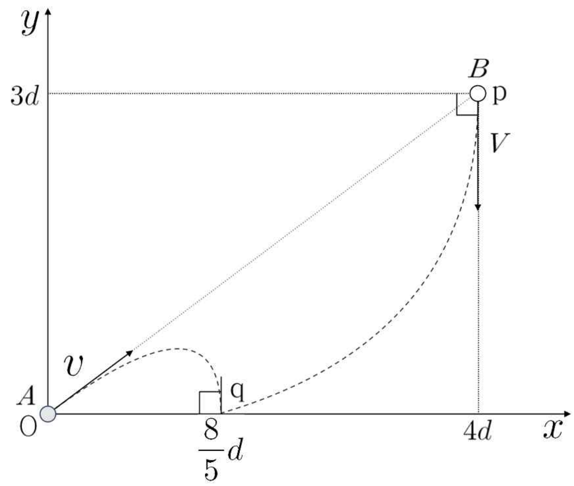


$v=20$, $V=5$

$\therefore V=\frac{v}{4}$ ①

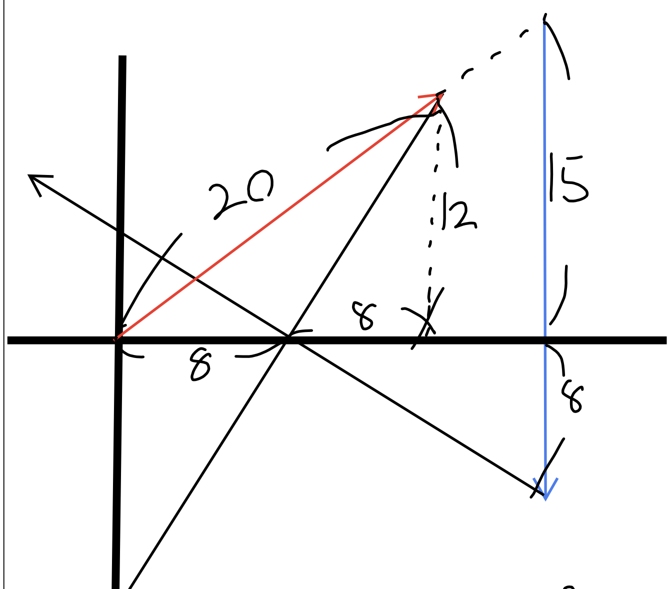
22학년도 6평 19번 변형

그림과 같이 물체 A와 B를 동시에 발사하였더니 A, B가 xy평면상에서 크기는 같고 방향이 수직인 가속도로 각각 등가속도 운동을 하여 점 q에 동시에 도달한다. A는 원점 O에서 속력 v로 점 p를 향해, B는 p에서 속력 V로 y축과 나란하게 발사되었다. A는 x축에 수직인 방향으로 q에 도달한다. p의 x, y좌표는 각각 $4d$, $3d$이고 q는 x축 상의 $x=\frac{8}{5}d$인 점이다.



V는? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

① v ② $\frac{21}{20}v$ ③ $\frac{11}{10}v$ ④ $\frac{23}{20}v$ ⑤ $\frac{6}{5}v$



$v=20$, $V=23$ $\therefore V=\frac{23}{20}v$

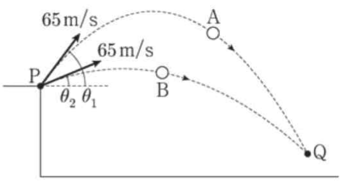
④

4. 벡터 풀이에 대한 불편한 이야기

앞에서 말했듯이 벡터풀이의 목표는 선형적인 수식을 만들어내겠다는 것입니다. 그렇기에 다음과 같은 문제에는 적용이 힘듭니다.

21학년도 수능 20번

그림과 같이 점 P에서 공 A, B를 시간차 t를 두고 던졌을 때, A와 B는 각각 포물선 운동을 하여 점 Q에서 만난다. A, B는 수평 방향을 기준으로 각각 θ_1, θ_2의 각을 이루며 속력 65m/s로 던져졌다.



$\tan\theta_1 = \frac{4}{3}$이고 $\tan\theta_2 = \frac{5}{12}$이다. t는? (단, 중력 가속도는 10m/s^{2}이고, A와 B의 크기는 무시한다.)

① $\frac{13}{2}$초 ② $\frac{13}{3}$초 ③ $\frac{13}{4}$초

④ $\frac{13}{5}$초 ⑤ $\frac{13}{6}$초

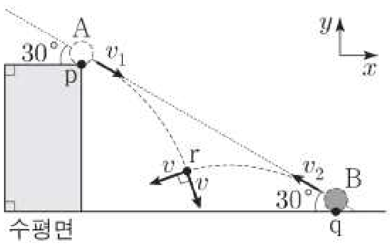
수식 자체에 $(T+t)^2$의 형태가 생겨서 전개하면 Tt라는 선형적으로 보기 힘든 항이 생기기에 그냥 수식으로 푸는게 좋습니다.

무엇보다 벡터 풀이에는 교육과정적으로 한 가지 문제가 있습니다. 수학에서 기하, 즉 벡터와 관련된 이론을 필수적으로 배우지 않기 때문에 벡터를 효율적으로 사용할 수 있는 문제는 잘 나오기 힘듭니다. 내적과 같은 개념들을 알고 있다면 문제가 훨씬 수월하게 풀리는 케이스도 있습니다.

예를 들어보죠.

21학년도 9평 20번

그림과 같이 질량이 m으로 같은 물체 A, B가 각각 점 p, q에서 속력 v_1, v_2로 수평면과 30°의 각을 이루며 동시에 발사된 후, 포물선 운동을 하여 점 r에 동시에 도달한다. 이때 두 물체의 속력은 v로 같고, 운동 방향은 서로 수직이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?(단, A, B는 동일 연직면에서 운동하며, 물체의 크기는 무시한다.)

<보기>

ㄱ. r에서 A의 y방향 속도의 크기와 B의 x방향 속도의 크기가 같다.

ㄴ. $\frac{v_2}{v_1}$는 $2+\sqrt{3}$이다.

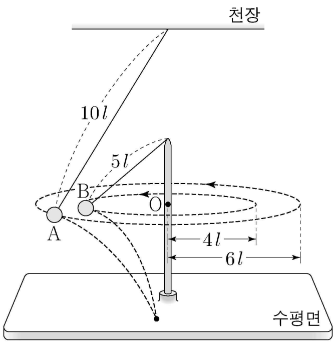
ㄷ. 발사 순간 두 물체의 운동 에너지 합은 $\frac{2}{3}mv^2$이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ선지와 같은 경우 벡터를 그리기도 전에 두 벡터가 크기가 같고 수직하므로 내적하면 0이 됩니다. 이 결과는 A의 y방향 속력과 B의 x방향 속력과 같다는 말과 동치입니다.
출제자의 의도와는 다른 방향으로 문제가 풀리는 것을 평가원은 싫어합니다. 그렇기에 최근 20번을 들여다 보면

23학년도 수능 20번

그림과 같이 물체 A, B가 각각 실에 연결되어 같은 높이에서 점 O를 중심으로 등속 원운동을 하다가 실이 동시에 끊어져 각각 포물선 운동을 한 후 수평면의 한 점에 동시에 도달한다. A, B에 연결된 실의 길이는 각각 $10l$, $5l$이고, A, B의 원운동 궤도 반지름은 각각 $6l$, $4l$이다.

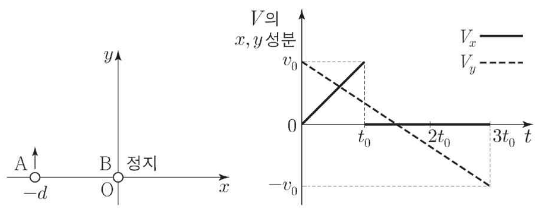


수평면으로부터 O까지의 높이는? (단, 물체의 크기와 실의 질량은 무시한다.)

① $10l$ ② $11l$ ③ $12l$ ④ $13l$ ⑤ $14l$

24학년도 수능 20번

그림 (가)와 같이 xy평면에서 시간 t=0일 때 물체 A는 +y방향으로 x축상의 x=$-d$인 점을 지나고, 물체 B는 원점 O에 정지해 있다. 정지해 있던 B는 t=t_0일 때 O에서 +x방향으로 속력 v_0으로 출발한다. A와 B는 각각 운동하는 동안 서로 다른
가속도로 등가속도 운동을 하다가 t=$3t_0$일 때 x축에서 만난다. 그림 (나)는 A, B의 속도의 차(A의 속도-B의 속도)를 V라 할 때, V의 x, y성분 V_x, V_y를 각각 t 에 따라 나타낸 것이다.



(가) (나)

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 물체의 크기는 무시한다.) [3점]

<보기>

ㄱ. t=$2t_0$일 때 B의 속력은 $2v_0$이다.

ㄴ. d=v_0t_0이다.

ㄷ. A는 y축상의 $y=\frac{4}{3}d$인 점을 지난다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

벡터활용이 풀이에 영향을 주지 않는다는 겁니다. 물론 벡터풀이는 전기장, 자기장 4페이지가 아닌 2,3페이지에서 활용가능한 문제의 등장 등으로 인하여 연습해두면 문제의 풀이가 간결해지는 부분이 있습니다. 그러나 이에 익숙해지려고 1단원의 문제들만 주구장창 풀어대는 실수를 하지 않기를 바라는 마음입니다. 물리학2실력은 역학문제의 풀이도 중요하지만 얼마나 빠르게 전자기장과 회로를 풀어내는데에 있기 때문입니다. 기회가 된다면 회로, 렌즈와 관련된 칼럼도 써보겠습니다. 이걸 읽은 수험생 분들을 응원합니다. 읽어주셔서 감사합니다.