

제 2 교시

2022학년도 김기대 우주설 수능직전모의평가 문제지

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 가슴 속에 하나 둘 새겨지는 별을**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- **공통과목** 1~8 쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\log_2 5 \times \log_5 4$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^4 - 2x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 3, \quad a_2 a_4 = 36$$

일 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 16 ③ 24 ④ 36 ⑤ 54

4. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3 + 2x^2}{x^2 + 4x} = 4, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = \frac{1}{3}$$

일 때, $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

6. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - at - 6 \quad (a \text{는 상수})$$

이다. $t=3$ 일 때 점 P의 위치가 원점이 되도록 하는 a 의 값은?
[3점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

7. 좌표평면에서 직선 $y = -x + n$ 이 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점의 x 좌표를 k 라 할 때, 부등식 $1 < k < 3$ 를 만족시키는 모든 자연수 n 의 개수는? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

8. 1이 아닌 양수 a 에 대하여 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서
함수 $f(x) = a^{x-2} + 2$ 의 최댓값과 최솟값의 합이 9일 때,
 $f(-4)$ 의 값은? [3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

9. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) + (x-1)f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

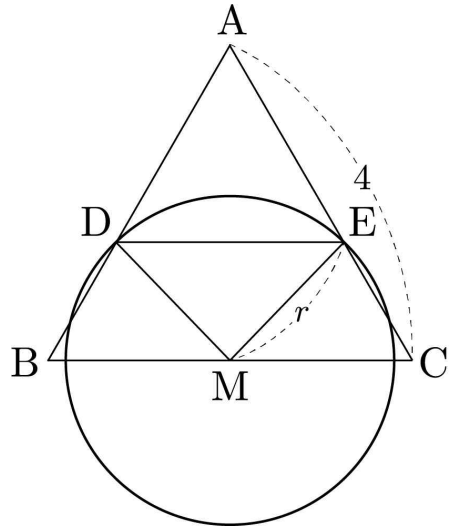
를 만족시킬 때, $f(1) + f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. $2 \leq n \leq 13$ 인 자연수 n 에 대하여 $n^2 - 9$ 의 $(n+1)$ 제곱근
중 실수인 것들의 합을 $f(n)$ 이라 하자. $f(n) = 0$ 을 만족시키는
모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

11. 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC의 한 변 BC의 중점을 M이라 하자. 점 M을 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원과 두 선분 AB, AC와 각각 두 점에서 만날 때, 점 A와 가까운 두 점을 각각 D, E라 하자. $\overline{DE} = \frac{5}{2}$ 일 때, r 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{11}}{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{14}}{2}$

12. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 2a - 4 & (x < 1) \\ -x + 3 & (x \geq 1) \end{cases}$$

일 때, 함수 $f(x)f(x-a+1)$ 가 $x=a$ 에서 연속이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

13. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$ 와 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{x^n} = 2$$

- ① $10 - 3\sqrt{2}$ ② $10 - \sqrt{2}$ ③ 10
 ④ $10 + \sqrt{2}$ ⑤ $10 + 3\sqrt{2}$

14. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = |a_{n+1}| - |a_n|$$

이라 하자. 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^9 a_k b_k$ 의 값은? [4점]

- (가) 수열 $\{b_n\}$ 이 가질 수 있는 값은 $-3, 1, 3$ 뿐이다.
 (나) $b_5 = 1$

- ① 139 ② 149 ③ 159 ④ 169 ⑤ 179

15. 최고차항의 계수가 a 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} x^3 - a & (x \leq 1) \\ f(x) & (x > 1) \end{cases} \quad (a \text{는 상수})$$

이고

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1-h) - g(3+h+|h|)}{h} = b$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

- ㄱ. 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
 ㄴ. 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 미분가능하다.
 ㄷ. $a+b+f(2) = \frac{3}{2}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x - 2} = 5$$

를 만족시킬 때, 함수 $y = x^2 f(x)$ 의 $x = 2$ 에서의 미분계수를 구하십시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = k^2 \sin(kx)$ 의 주기가 $\frac{\pi}{2}$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 최댓값을 구하십시오. (단, k 는 상수이다.) [3점]

18. 두 양수 $x, y (x > y)$ 가

$$\log_2(x-y) = \frac{7}{2}, \quad \log_2 x + \log_2 y = 2$$

을 만족시킬 때, $x+y$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x=3$ 에서 유일한 극값인 극솟값 -2 를 갖고, $f(1) = 10, f(5) = 8$ 일 때, 직선 $x=1, x=5$ 와 곡선 $y=f'(x)$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (|x| \leq 1) \\ -x & (|x| > 1) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수가 존재한다.

(나) $g(0) = 0$

21. $a_1 = 1$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n \leq p) \\ \log_2 a_n & (a_n > p) \end{cases}$$

를 만족시킨다. 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 존재하도록 하는 모든 자연수 p 의 개수를 구하시오. [4점]

$\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 값은 짝수이다.

22. 최고차항의 계수가 -1 인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x |f'(t)| dt$$

라 하자. 함수

$$h(x) = \sum_{n=1}^3 |g(x) - n + 1|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g'(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

5지선다형

23. 검은 공 5개와 흰 공 4개를 임의로 일렬로 나열할 때, 양 끝에 서로 같은 색의 공이 오도록 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 54 ② 56 ③ 58 ④ 60 ⑤ 62

24. 10 이하의 자연수 n 에 대하여

$$\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$$

의 전개식에서 0이 아닌 상수항이 존재할 때, 상수항의 최댓값은? [3점]

- ① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96

25. 한 개의 주사위를 던지는 시행을 세 번 반복할 때, 나온 주사위의 눈의 합이 7일 확률은? [3점]

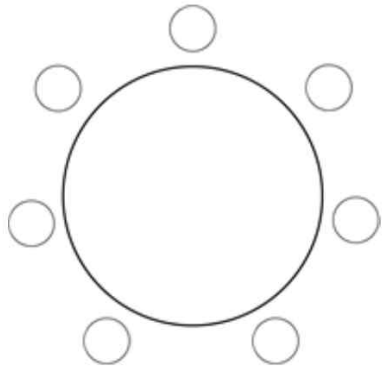
- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{24}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{5}{72}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

26. 어떤 포털 사이트의 이용자들이 하루 동안 작성하는 댓글의 개수는 평균이 m 개, 표준편차가 σ 개인 정규분포를 따른다고 한다. 이 사이트의 이용자 64명을 임의추출하여 하루 동안 작성한 댓글의 개수의 표본평균을 이용하여, 이 사이트의 이용자들이 하루 동안 작성하는 댓글의 개수의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $10.775 \leq m \leq 13.225$ 이다. σ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.)

[3점]

- ① 3 ② 3.5 ③ 4 ④ 4.5 ⑤ 5

27. 그림과 같이 원형 탁자에 일정한 간격으로 놓여있는 7개의 의자에 남학생 3명과 여학생 4명이 모두 둘러앉으려고 한다. 3명의 남학생들 중 2명만 서로 이웃하도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 216 ② 288 ③ 360 ④ 432 ⑤ 504

28. 실수 전체집합에서 정의된 연속확률변수 X 는 평균이 m 이고 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다. 함수 $f(t)$ 를

$$f(t) = P(X \leq t) + P(X \geq t+6)$$

로 정의할 때, 함수 $f(t)$ 는 최솟값 0.3174를 갖는다. 다음

조건을 만족시키는 m 의 최솟값을 α , 최댓값을 β 라 할 때, $\alpha + \beta + \sigma$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 통해 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

$$f(10) \leq f(12) \leq 0.5228$$

- ① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

단답형

29. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하시오. [4점]

집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) - f(x_2) \neq 1$ 이다.

30. 한 개의 주사위를 네 번 던진다. 나온 네 눈의 수의 곱이 3의 배수일 때, 5의 배수는 아닐 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)}{x-1} = 2$$

을 만족시킬 때, $f'(0)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

24. $x \neq -1$ 일 때, x 에 대한 방정식

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+2} + x^2 + 4x}{x^n + x + 1} = 3x - 2$$

의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 3 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

25. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 - \pi \cos \pi x$ 이고 극댓값과 극솟값의 합이 2일 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $OA_1B_1C_1$ 이 있다.

선분 B_1C_1 위의 $\overline{B_1D_1} = 3\overline{C_1D_1}$ 인 점 D_1 에 대하여 중심이 O 이고 선분 A_1D_1 에 접하는 원이 두 선분 OA_1, OC_1 과 만나는 점을 각각 E_1, F_1 라 하고, 중심이 B_1 이고 선분 A_1D_1 에 접하는 원이 두 선분 B_1C_1, A_1B_1 과 만나는 점을 각각 G_1, H_1 이라 하자. 부채꼴 OE_1F_1 과 $B_1G_1H_1$ 의 외부와 사각형 $OA_1B_1C_1$ 의



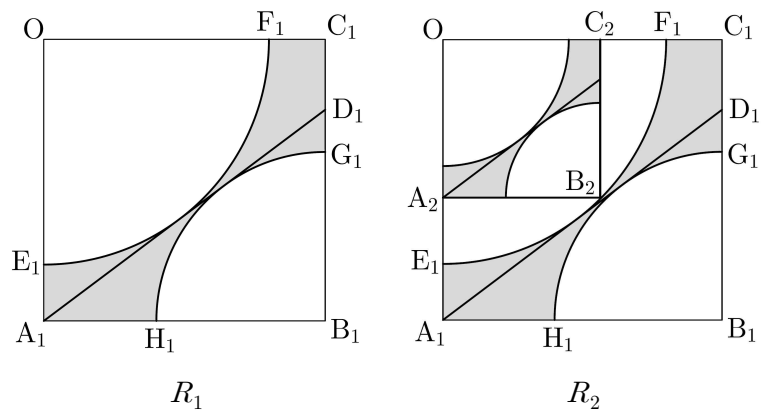
내부로 이루어진  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 OA_1 위의 점 A_2 , 선분 OC_1 위의 점 C_2 , 호 E_1F_1 위의 점 B_2 , 점 O 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $OA_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로

정사각형 $OA_2B_2C_2$ 에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{25}{18}(4-\pi)$ ② $\frac{25}{17}(4-\pi)$ ③ $\frac{25}{16}(4-\pi)$
 ④ $\frac{5}{3}(4-\pi)$ ⑤ $\frac{25}{14}(4-\pi)$

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-1}^2 f(x)dx$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

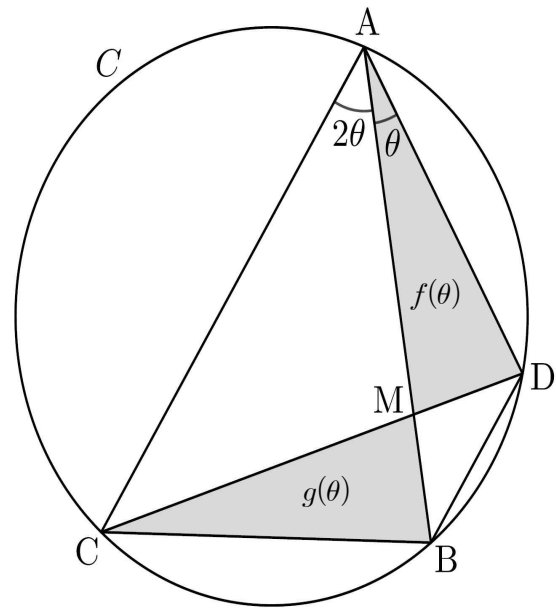
(가) $x \leq 0$ 일 때, $f(x) = (ax+b)e^{-x}$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $\int_0^x |f(t)-t|dt \leq 0$ 이다.

- ① 1 ② 2 ③ e ④ $2e$ ⑤ e^2

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 C 위에 $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 인 두 점 A, B 가 있다. 원 C 위에 두 점 C, D 를 $\angle CAB = 2\theta$, $\angle DAB = \theta$, $\angle ACB < \angle ADB$ 가 되도록 잡는다.

선분 AB 와 CD 가 만나는 점을 M 이라 할 때, 삼각형 AMD 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 BMC 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

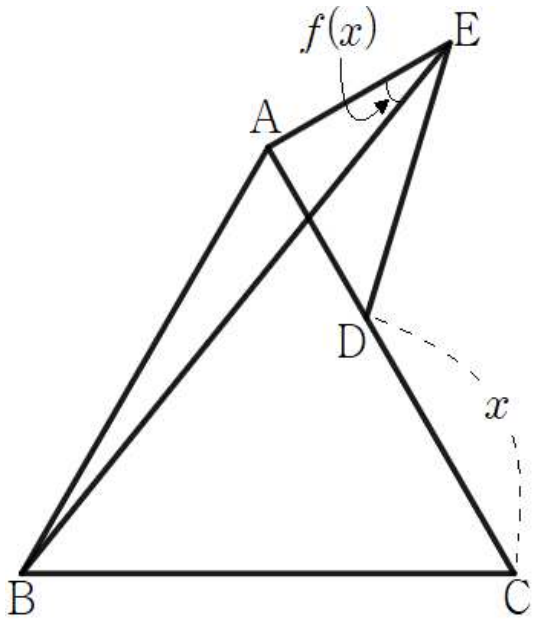
$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) - g(\theta)}{CM}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$) [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

단답형

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. 변 AC 위의 점 D와 삼각형 ABC 외부의 점 E를 선분 AB와 선분 DE가 서로 만나지 않고 삼각형 ADE가 $\angle DAE = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형이 되도록 잡는다. $\overline{CD} = x$ ($0 < x < 1$)일 때, $\angle AEB = f(x)$ 라 하자. $f'(\frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 정수 a 에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & (0 < x < e) \\ -a + \ln(2x^2) & (x \geq e) \end{cases}$$

이다. 양수 m 에 대하여 직선 $y = m(x-e) + b$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(m)$ 이라 할 때, 함수 $g(m)$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

$a+b > 2 + \ln 2$ 이고
 함수 $g(m)$ 은 양의 실수 전체 집합에서 연속이다.

$b = p + \frac{q}{e^2} - \ln r$ 일 때, $p+q+r$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q, r 은 자연수이고, $2 < e < 2\sqrt{2}$ 이다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.