

제 2 교시

수리 영역(가형)

5지선다형

1. 두 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^2 - AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
 ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

2. $\cos 2\theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\tan^2 \theta$ 의 값은? [2점]
 ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

3. 일차변환 $f: (x, y) \rightarrow (ax - y, x + 2y)$ 에 의하여 점 (2, 1)이 점 (3, b)로 옮겨질 때, 두 상수 a, b의 합은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. 모든 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 상수 a, b에 대하여

$$\int_b^a f(x)dx = 2, \int_b^{2a} f(x)dx = 6$$

일 때, $\int_a^{2a} f(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2

수리 영역(가형)

5. 분수방정식

$$\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2+x+1} = \frac{2x+1}{x^3-1}$$

의 실근은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax}-1}{\ln(x+1)} & (x > 0) \\ 4-a & (x = 0) \\ \frac{\sin^2 bx}{1-\cos x} & (x < 0) \end{cases}$$

가 $x=0$ 에서 연속일 때, 두 상수 a, b 의 합은?

(단, b 는 양수이다.) [3점]

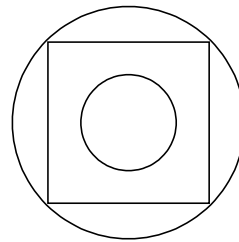
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 그림과 같이 반지름의 길이가 서로 다른 동심원 2개와 반지름이 더 긴 원에 내접하면서 반지름이 짧은 원과 만나지 않는 정사각형이 있다.

원과 정사각형으로 나누어진 6개의 영역에 빨강, 주황, 노랑, 파랑, 보라, 검정의 6가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는?

(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 12 ② 90 ③ 120 ④ 180 ⑤ 360



8. 어느 모의고사 응시자 중 20%가

수리가형에 응시한다고 한다. 한 시험장에서 응시자 100명을 임의추출할 때, 수리가형에 응시하는 사람이 24명 이하일 확률을 오른쪽

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

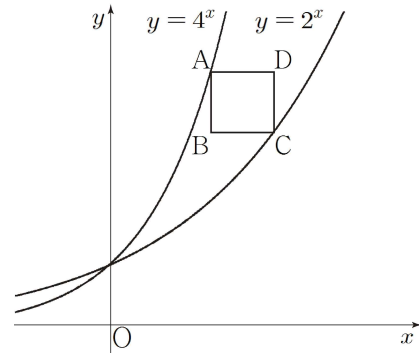
표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 0.8413 ② 0.9332 ③ 0.9710
 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

9. 그림과 같이 좌표평면에서 한 변의 길이가 1인 정사각형

ABCD가 곡선 $y=4^x$, $y=2^x$ 와 각각 점 A, C에서 만날 때, 점 A의 y 좌표는? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}+1$ ③ $2\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{2}+1$ ⑤ $2\sqrt{2}+3$



4

수리 영역(가형)

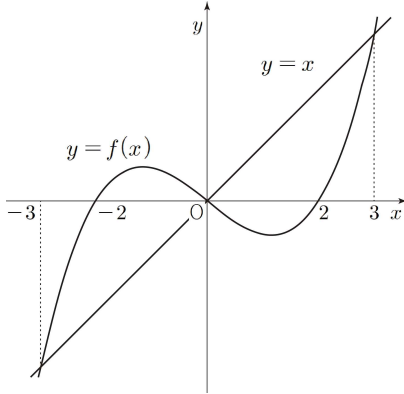
10. 삼차함수 $f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식

$$\frac{f(x)}{x} + \frac{x}{f(x)} \leq 2$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

(단, $f(-3) = -3, f(-2) = f(0) = f(2) = 0, f(3) = 3$) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



11. 활성화 에너지가 E 인 화학반응이 T 의 온도에서 일어날 때, 반응속도상수 k 는 다음과 같다고 한다.

$$k = AB^{-\frac{E}{RT}} \quad (\text{단, } A, B, R \text{은 상수})$$

활성화 에너지가 E_0 인 화학반응이 $3T_0$ 의 온도에서 일어날 때 반응속도상수를 k_1 , 활성화 에너지가 $2E_0$ 인 화학반응이 $4T_0$ 의

온도에서 일어날 때 반응속도상수를 k_2 라 할 때, $\log_B \frac{k_1}{k_2}$ 의 값은? (단, $B > 1$) [3점]

- ① $\frac{E_0}{6RT_0}$ ② $\frac{E_0}{5RT_0}$ ③ $\frac{E_0}{4RT_0}$ ④ $\frac{E_0}{3RT_0}$ ⑤ $\frac{E_0}{2RT_0}$

12. 좌표평면에서 두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬이 각각

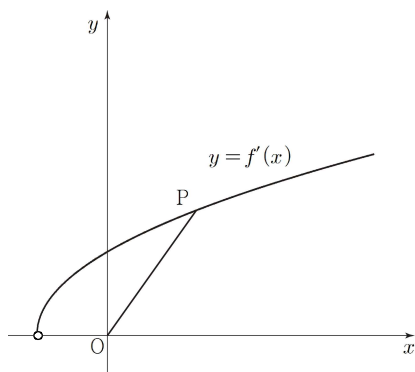
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

이다. 점 $A(1, 0)$ 이 합성변환 $g \circ f$ 에 의해 옮겨진 점을 B , 합성변환 $f \circ g \circ f$ 에 의해 옮겨진 점을 C 라 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

13. 구간 $(-1, \infty)$ 에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 곡선 $y = f'(x)$ 위의 임의의 점 $P(t, f'(t))$ 에 대해 $OP = \sqrt{t^2 + t + 1}$ 일 때, 구간 $[2, 7]$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 의 길이는? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① 12 ② $\frac{37}{3}$ ③ $\frac{38}{3}$ ④ 13 ⑤ $\frac{40}{3}$



14. 반지름의 길이가 2인 사분원 A_1OB_1 이 있다. 호 A_1B_1 의 삼등분점을 각각 C_1, D_1 이라 하고 점 D_1 에서 선분 OA_1 에 내린 수선의 발을 A_2 , 점 C_1 에서 선분 OB_1 에 내린 수선의 발을 B_2 라 하자.

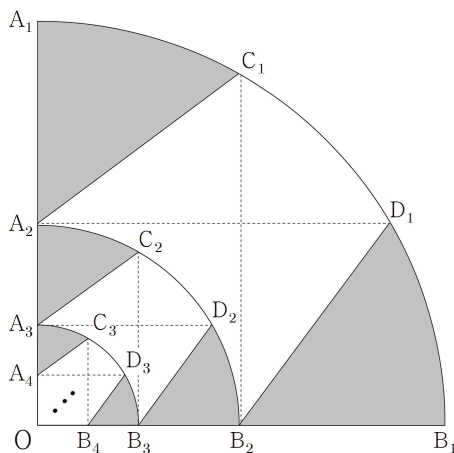
호 A_2B_2 의 삼등분점을 각각 C_2, D_2 이라 하고 점 D_2 에서 선분 OA_2 에 내린 수선의 발을 A_3 , 점 C_2 에서 선분 OB_2 에 내린 수선의 발을 B_3 라 하자.

호 A_3B_3 의 삼등분점을 각각 C_3, D_3 이라 하고 점 D_3 에서 선분 OA_3 에 내린 수선의 발을 A_4 , 점 C_3 에서 선분 OB_3 에 내린 수선의 발을 B_4 라 하자.

위와 같은 과정을 반복했을 때 선분 $A_nA_{n+1}, A_{n+1}C_n$ 과 호 A_nC_n 에 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n , 선분 $B_nB_{n+1}, B_{n+1}D_n$ 과 호 B_nD_n 에 둘러싸인 부분의 넓이를 T_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} (S_n + T_n)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4}{9}\pi - \frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{9}\pi - \frac{4}{3}$ ③ $\frac{8}{9}\pi$
 ④ $\frac{8}{9}\pi - \frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{8}{9}\pi - \frac{4}{3}$



6

수리 영역(가형)

15. 역행렬이 존재하는 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2B + AB = E$$

를 만족시킨다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $A^{-1}B^{-1} = A + E$

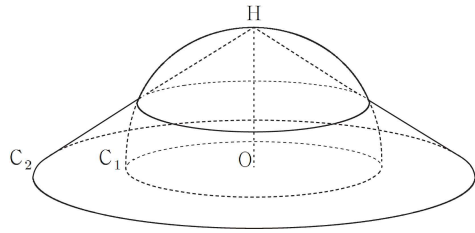
ㄴ. $AB = BA$

ㄷ. $(A^{-1} + E)(B^{-1} + E) = (A + E)(A + B + E)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 다음 그림과 같이 중심이 O 로 같고 반지름의 길이가 각각 $1, \sqrt{3}$ 인 두 원 C_1, C_2 에 대하여 원 C_1 을 밑면으로 하는 반구와 원 C_2 를 밑면으로 하고 꼭짓점 H 가 반구 위에 있는 원뿔이 있다. 원뿔의 높이가 최대일 때, 반구와 원뿔이 겹쳐진 부분의 부피는? (단, 두 원 C_1, C_2 는 같은 평면상에 있다.) [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{7}{12}\pi$ ③ $\frac{2}{3}\pi$ ④ $\frac{3}{4}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$



17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고 모든 자연수 n 에 대해

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n {}_{n+1}P_{n-k+1} \times a_k$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식 $a_{n+1} = \sum_{k=1}^n {}_{n+1}P_{n-k+1} \times a_k$ 의 양변을

$\boxed{(가)}$ 로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{\boxed{(가)}} = \sum_{k=1}^n \frac{{}_{n+1}P_{n-k+1}}{\boxed{(가)}} a_k$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k!}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = \frac{a_n}{n!}$ 이라 하면 주어진 식은

$$b_{n+1} = \sum_{k=1}^n b_k$$

이다. $b_1 = 1, b_2 = 1$ 이므로

$$b_n = \begin{cases} \boxed{(나)} & (n \geq 2) \\ 1 & (n = 1) \end{cases}$$

이다. 그러므로 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \begin{cases} \boxed{(나)} \times n! & (n \geq 2) \\ 1 & (n = 1) \end{cases}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(3) \times g(6)$ 의 값은? [4점]

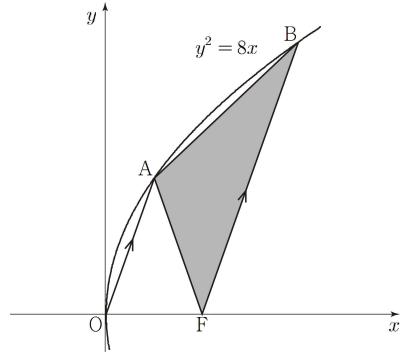
- ① 382 ② 384 ③ 386 ④ 388 ⑤ 390

18. 그림과 같이 포물선 $y^2 = 8x$ 위에 두 점 A, B가 있다.

포물선의 초점 F에 대하여 두 선분 \overline{AO} 와 \overline{BF} 는 평행하고 $\overline{AO} = \overline{BF}$ 일 때, 삼각형 AFB의 넓이는?

(단, O는 원점이고 두 점 A, B는 제 1사분면 위에 있다.) [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

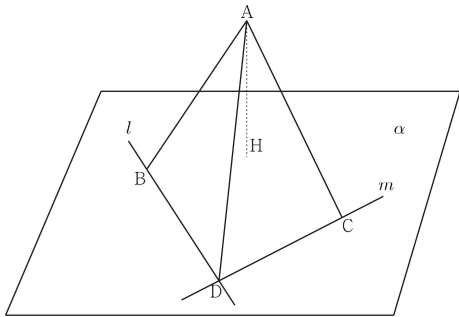


19. 그림과 같이 평면 α 위의 두 직선 l, m 이 있고 평면 α 밖의 한 점 A 가 있다. 점 A 에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 두 직선 l, m 에 내린 수선의 발을 각각 B, C 라 할 때, 다음 조건이 성립한다.

- (가) 직선 l, m 은 점 D 에서만 만난다.
- (나) 두 삼각형 ABD, HBD 의 넓이 비는 $2:1$ 이다.
- (다) $\overline{BD} = \overline{DC} = \overline{AH} = 3$

평면 ADC 와 평면 ABD 가 이루는 예각의 크기가 θ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{10}$
- ② $\frac{1}{8}$
- ③ $\frac{1}{6}$
- ④ $\frac{1}{4}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$



20. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 자연수 n 에 대해 집합 A_n 을

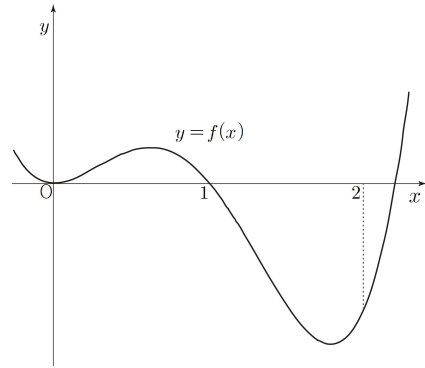
$$A_n = \left\{ k \mid \int_{n-1}^n f(x)dx = f(k), n-1 \leq k \leq n \right\}$$

이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

(단, $f(0)=0, f(1)=0, f(2)<0$) [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. 집합 A_n 이 공집합이 되게 하는 n 이 존재한다.
 - ㄴ. 집합 A_1 의 원소는 2개 존재한다.
 - ㄷ. 집합 A_2 의 원소가 1개보다 많을 때,
 $f(2) \geq \int_1^2 f(x)dx$ 이다.

- ① ㄴ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ



21. 좌표평면에서 사차함수

$$f(x) = x^4 + ax^3 + 6x^2 - 2x - 4$$

의 그래프에 접하는 직선 중 y 축 위의 점 $(0, k)$ 를 지나는 것의 개수를 $g(k)$ 라 할 때, 함수 $g(k)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(k)$ 의 불연속점은 1개이다.
- (나) $g(a) \geq 1$

이때, $f(1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

단답형

22. 자연수 x, y, z 에 대해 방정식

$$x + y = 8 - z$$

을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오. [3점]

23. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 점근선이 이루는 예각의 크기를

θ 라 할 때, $\tan\theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

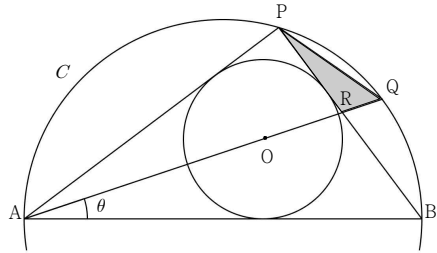
$$f(x) = kx(x-2) \quad (0 \leq x \leq 2)$$

일 때, $E(-160kX)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [3점]

25. 주머니에 1, 2, 3, 4, 5가 적힌 카드가 1장씩 있다. 성훈이가 주머니에서 임의로 2장의 카드를 꺼내 정태에게 보여주고 정태는 두 카드 중 더 큰 값이 적힌 카드를 버린 다음 남은 카드를 다시 주머니에 넣었다. 주머니 안에 3이 적힌 카드가 있을 때, 4가 적힌 카드가 없을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 그림과 같이 지름의 길이가 10이고 두 점 A, B를 지름의 양 끝점으로 하는 원 C 가 있다. 원 C 위의 한 점 P에 대하여 삼각형 PAB에 내접하는 원의 중심을 O, 반직선 AO와 호 PB의 교점을 Q, 선분 PB와 선분 AQ의 교점을 R이라 하자. 각 $\angle QAB = \theta$ 일 때, 삼각형 PRQ의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{f(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



27. 좌표공간에서 직선

$$l : x = y = 2 - z$$

과 직선 m 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 m 은 점 $(1, 1, 1)$ 을 지난다.
- (나) 두 직선 l, m 이 이루는 예각의 크기는 30° 이다.

직선 m 과 평면 $x + y - z + 5 = 0$ 의 교점을 C 라 할 때, 점 C 가
 그리는 자취를 xy 평면 위로 내린 정사영의 넓이는 $\frac{q\sqrt{3}}{p}\pi$ 이다.
 $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 과 등차수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대해

$$\sum_{k=1}^n 2^{a_k} = nb_n$$

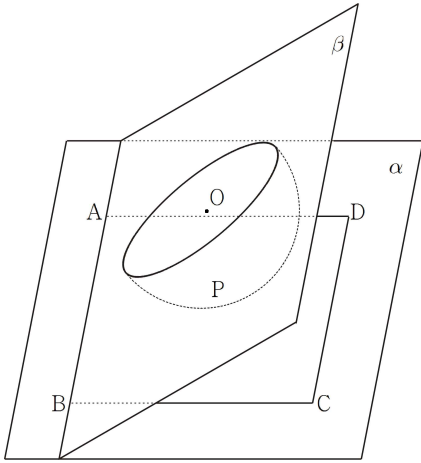
을 만족시킨다. $a_4 = 5$ 일 때, b_5 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 직사각형 ABCD를 포함한 평면 α 와 평면 β 가 직선 AB를 교선으로 하여 만나고 있다. $\overline{AB}=4\sqrt{3}$, $\overline{BC}=6$ 이고 선분 AC와 선분 BD의 교점을 P, 평면 β 위의 한 점을 O라 했을 때, 다음 조건이 성립한다.

- (가) 평면 α 와 평면 β 가 이루는 예각의 크기는 30° 이다.
- (나) 점 O를 중심으로 하고 평면 β 위에 있는 원을 밑면으로 하는 반구가 평면 α 와 점 P에서 접한다.

반구 위의 한 점 X에 대하여 두 벡터 \overrightarrow{CO} , \overrightarrow{DX} 의 내적 $\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{DX}$ 의 최댓값을 M이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오.

[4점]



30. 함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 k 에 대해

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x-4k+5} & (3k-2 \leq x < 3k-1) \\ 2^{-x+2k+3} & (3k-1 \leq x < 3k+1) \end{cases}$$

이다. 1이상의 자연수 n 에 대해 수열 $\{M_n\}$ 을 구간 $[n, n+2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값이라 할 때, $\sum_{n=1}^{11} M_n$ 의 값을 구하시오.

[4점]